

Q. (数学 3 基礎問題精講、演習 89)

解答「分子が分母を微分した形になっていないので部分分数分解を考える」という所までは分かるのですが、解答の出だしの $ax+b, c$ と置く理由、つまり分母より次数が 1 つ低い式で分子をおくと良い理由が分かりません。

受験の月の部分分数分解のページを調べたところ、公式があるのは分かったのですが公式が成り立つ理由が微妙に分かりませんでした。

受験の月に載っている公式において、部分分数分解する前の式の分子の定数(p, q, r, \dots)の数に対応して、部分分数分解した後の式の(A, B, C, \dots)の数を考え、あとは次数が合うように分子を式で置いていくということでしょうか。

A.

部分分数分解は、分母より分子の字数を下げた形で必ず表せます。これは実際に通分をしてみるとわかります。(そして次数を下げるのが部分分数分解の目的なので、次数を同じにしまうとやっている意味がありません。)

分母が 3 次なら分子は 2 次、
分母が 2 次なら分子は 1 次、
分母が 1 次なら分子は整数で表すのが原則です。

上記から、数 3 基礎問演習 89 の解説の置き方は最も一般的です。

むしろ、受験の月 (<http://examist.jp/mathematics/math-2/expression-proof/bubunbunsubunkai/>) の(2)の置き方が特殊です。

B のところは $ax+b$ と一次式でおくのが原則ですが、これはパターンとして抑えておきましょう。

なお、わからなくなったら分母を決めて、通分をしたときに成立するように分子の置き方を調整すればいいだけです。