

Q. (数学 1A 基礎問題精講 P43 演習 23(3))

$\frac{n}{m} - 1$ は有理数同士の差で、解説のように変形しなくてもそれが有理数という事が明らかなのに、なぜ変形が必要なのか分かりません。

A.

有理数同士の和、差、積、商が有理数であることは自明として扱われることが多いですが、確実に得点するためには $\frac{n}{m} - 1$ が有理数であることを厳密に示す必要があります。有理数の定義は、2つの整数 $a, b (b \neq 0)$ を用いて $\frac{a}{b}$ と分数で表せる数ですから、 $\frac{n-m}{m}$ と通分することで、 $n-m$ と m がいずれも整数であることから有理数であると示すことができます。

煩雑な証明問題では自明として扱っても問われないかもしれませんが、本問のように比較的単純な証明問題であれば厳密に示すことが必要だと考えます。