

Q. (数 IA 基礎問題精講 P81 演習 47(2)(i))

数直線で表したとき、 $3a$ が -8 より右、 0 より左にあればよいのではないのでしょうか (答が $-\frac{3}{8} \leq a < 0$ になるのではないのでしょうか)。

つまり、 $x < -3a$ が $-8 < x < -1$ という範囲「全て」を含まなければならないのはなぜでしょうか。

A.

この問題の論理関係は

「(1)の不等式が成り立つならば、(2)の不等式が成り立つ((1) \Rightarrow (2))」ように a を決めるとなっているので、

「(1)の条件は(2)を満たすための十分条件」となるように a を決めなければいけません。

したがって(1)の条件が(2)に全て含まれる((1) \subset (2))ようにします。

この問題をグラフ的に考えると、

(1)の答え、 $-8 < x < -1$ の範囲全てで放物線 $x^2 - ax - 6a^2$ が $y > 0$ 側 (x 軸より上側) にあればよいと読み換えることができます。

$-8 < x < -1$ は負の値なので、この範囲で放物線が正側にあるためには、 -1 が $3a$ より負側になければならない、と図から判断することができます。

