

Q.(数2B基礎問題精講 演習57 P93)

和積の公式までは出せましたが、そのあとの θ までの求め方が解答を見てもわかりません。

A.

和積の公式により

$$2\sin\frac{5\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2} = 0$$

とできました。これは積の形になっているため、0になるためには $\sin\frac{5\theta}{2}$ か $\cos\frac{\theta}{2}$ のどちらかが0であることが条件です。つまり

$$\sin\frac{5\theta}{2} = 0 \quad \text{---①}$$

$$\cos\frac{\theta}{2} = 0 \quad \text{---②}$$

ただし θ は範囲が限定されていますから、 $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ の範囲のもとで、①、②が0になるときの θ をそれぞれ求めます。

$$\text{① } \sin\frac{5\theta}{2} = 0$$

$\frac{5\theta}{2}$ の取りうる範囲は、 $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ より各辺を $\frac{5}{2}$ 倍して $0 \leq \frac{5\theta}{2} \leq \frac{5}{4}\pi$ です。この範囲で①が0になるのは $\frac{5\theta}{2} = 0, \pi$ です。これより、①を満たす θ は

$$\theta = 0, \frac{2}{5}\pi \text{ となります。}$$

$$\text{② } \cos\frac{\theta}{2} = 0$$

$\frac{\theta}{2}$ の取りうる範囲は、 $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ より各辺を $\frac{1}{2}$ 倍して

$0 \leq \frac{\theta}{2} \leq \frac{\pi}{4}$ です。この範囲で②は0になり得ないので

②は解なしとなります。