

Q.(宇宙一わかりやすい物理(電磁気・熱・原子) P176)

chapter5-7の式は、P74 chapter3-2の式と関連性はないのですか？ また、あるとしたら、何故5-7の式で2分の1がかけてあるのですか。

A.

静電エネルギーの式は、 $W=qV$ から説明することができます。

極板に q の電荷が蓄えられているときに、微小な電荷 dq を V の電位まで運ぶために必要な仕事 dW は
 $dW = dqV$ (chapter3-2式より)

いま、電位 V は電荷 q が極板に蓄えられているために発生しています。つまり V は q によって変化する(V は q の関数である)ということです。 V を q を用いて表すと
 $V = \frac{q}{C}$ (コンデンサの基本式 $q = CV$ より)

となります。これを dW に代入すると

$dW = \frac{q}{C}dq$ となります。これを $q=0$ のときから $q=Q$ になるまで電荷を運ぶのに必要な仕事 W が、電荷 Q をもつときの静電エネルギーに等しいです。

つまり $q=0$ のときから、 $q=Q$ のときまで dW を積分することで、電荷が Q 蓄えられているときの静電エネルギー U が求められます。すなわち

$$U = \int_0^Q dW = \int_0^Q \frac{q}{C} dq$$

$$= \left[\frac{q^2}{2C} \right]_0^Q = \frac{Q^2}{2C}$$

$$= \frac{1}{2} QV = \frac{1}{2} CV^2$$

となります。

