

Q.(合格る計算Ⅲ P65 類題 24 (6))

解説の4行目の $f'(x)$ と $g(x)$ が同符号になる根拠がわかりません。

A.

$$f'(x) = \frac{x\sqrt{(1-x)^2+4} - (1-x)\sqrt{x^2+1}}{\sqrt{x^2+1}\sqrt{(1-x)^2+4}}$$

この分子を $g(x)$ としています。つまり

$$g(x) = x\sqrt{(1-x)^2+4} - (1-x)\sqrt{x^2+1}$$

としています。

ここで $f'(x)$ の分母 $\sqrt{x^2+1}\sqrt{(1-x)^2+4}$ の符号について考えると

$\sqrt{x^2+1}$ は x によらず常に正です。

また $\sqrt{(1-x)^2+4}$ も x によらず常に正です

以上より $f'(x)$ の分母の符号は

$$\sqrt{x^2+1}\sqrt{(1-x)^2+4} = (\text{常に正}) \times (\text{常に正}) = (\text{正})$$

となります。

したがって、 $g(x)$ が正なら

$$f'(x) = g(x)/(\text{正}) = (\text{正})$$

$g(x)$ が負なら

$$f'(x) = g(x)/(\text{正}) = (\text{負})$$

となり、 $f'(x)$ と $g(x)$ の符号が一致します。