

Q. (標準問題精講数学 I A 標問 67 P153)

式で3人の女子がB、Cに入る場合も同じであるから×3としてありますが、他の2組の部屋割を考えて×6としないのはなぜでしょうか。

A.

解答では、最初に「3人とも女子が入る部屋(女子部屋とします)」に入る女子を選んで女子部屋に入れ、残り6人の部屋割りを考えています。

例えば4人の女子 F_1, F_2, F_3, F_4 と5人の男子 M_1, M_2, M_3, M_4, M_5 がいて、 F_1, F_2, F_3 の3人に女子部屋に入ってもらい、残り6人 $F_4, M_1, M_2, M_3, M_4, M_5$ の部屋割りを考えるとします。

解答にある ${}_6C_3$ は上の6人から3人の組を選ぶということですが、

例①

仮に ${}_6C_3$ で F_4, M_1, M_2 の3人の組を選んだ場合、残った M_3, M_4, M_5 の3人で部屋割りが完成します。

例②

一方、 ${}_6C_3$ で M_3, M_4, M_5 の3人の組を選ぶと、残った F_4, M_1, M_2 の3人で部屋割りが完成します。

例①と例②では選ぶ順序は違えど、部屋内のグループは一致しています。

仮に女子部屋をA、 ${}_6C_3$ で選んだ人をB、残った3人をCに割り振るとすると、例①と例②はBとCを入れ替えた関係にあります。

しかし計算上は例①、②をそれぞれ1通りずつと区別してカウントします。したがって ${}_6C_3$ を計算すると、B,Cを入れ替えた場合も考慮されることになります。

以上より、模範解答のような考え方の場合は

a) 女子部屋がAのとき

b) 女子部屋がBのとき

c) 女子部屋がCのとき

の3つだけでよいことが言えます。