

Q. (基礎問題精講数学 1A 例題 11(3) P22)

絶対値の答えを求める際の範囲の表し方がよく分かりません。

A.

解法プロセスを追って、 x の範囲の決め方を説明します。

絶対値が関係する問題は、 $||$ 内の正負を判断して絶対値を外すことが基本です。「精講」にある通り $Q = ||x| - 1|$ は絶対値の中に絶対値が含まれるので、内側から順に外していきます。

$|x|$ について

絶対値の定義に従って $||$ を外します。

(i) $x \geq 0$ のとき、 $|x| = x$

ここで内側の絶対値が外れたので $Q = |x - 1|$ となりました。後は再び定義に従って、外側の絶対値を外します。ただし、ここで $x \geq 0$ という条件を忘れないようにしましょう。

(i - i) $x - 1 \geq 0$ かつ $x \geq 0$ のとき $\Leftrightarrow x \geq 1$ のとき: $|x - 1| = x - 1$

(i - ii) $x - 1 < 0$ かつ $x \geq 0$ のとき $\Leftrightarrow 0 \leq x < 1$ のとき: $|x - 1| = -(x - 1)$

(ii) $x < 0$ のとき、 $|x| = -x$

これで $Q = |-x - 1|$ となりました。また同様に、 $x < 0$ という条件を落とさずに、外側の絶対値を外します。

(ii - i) $-x - 1 \geq 0$ かつ $x < 0$ のとき \Leftrightarrow これを満たす x は存在しません。

(ii - ii) $-x - 1 < 0$ かつ $x < 0$ のとき $\Leftrightarrow -1 < x < 0$ のとき: $|-x - 1| = -(-x - 1)$

このようにして範囲を決定します。