

Q. (数学標準問題精講Ⅲ 標問 49 p114)

始めの \mathbf{v} ベクトルの置き方はこういうものだと覚えた方が良いでしょう。

A.

\vec{v} を解説のようにおくための発想として 2 つのポイントがあります。

1 つ目は、この問題で何を示したいのかです。それは

$$|\vec{a}|^2 = V^2 \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2$$

を示すことです。そのためには \vec{a} を θ と V を用いて表す必要があります。

2 つ目は、 \vec{v} と \vec{a} の関係です。加速度 (\vec{a}) とは、速度 (\vec{v}) を時間 (t) で微分したものですから、

$$\vec{a} = \frac{d}{dt} \vec{v}$$

という関係があります。

これら 2 つのポイントから、 \vec{v} を θ と V を用いて表し、それを t で微分すれば解答に辿り着けそうだという方針が立ちます。

そこで \vec{v} に関する条件 (≒ 速さに関する条件) を確かめると、「速さが V で一定」「 x 軸の正の向きとなす角が θ 」とあります。

つまり \vec{v} は「大きさが V 、 x 軸の正の向きとなす角が θ であるベクトル」なので、

$\vec{v} = V(\cos \theta, \sin \theta) = (V \cos \theta, V \sin \theta)$ と表すことができます。

確かに、大きさが一定のベクトルの成分は一般的に三角関数を用いて表すことが多いので、置き方の一つとして身につけておくと良いでしょう。

