

Q. (基礎問題精講3 演習72(2) p131)

$g(x)$ が $x = -\pi/6$ で最大値をとることはわかりますが、解説(2)の増減表の下にある計算のように、どういった発想で $3\sqrt{3}$ を 4π に変え $\pi/2$ にもっていくのかがわかりません。

また、やさしい高校数学3では、微分したあとは $g'(x) > 0$ で符号の変化を調べていますが、基礎問題精講ではその過程がすべて省略されています。これは本来書く必要がないものなのでしょうか？その際、回答者は頭のなかで $g'(x) > 0$ を考え導き出しているのか、それとも、別の方法で書かずに簡単に判断できる考え方が存在するのでしょうか？

演習72(2)の増減表の符号変化では、以下のように考え、+、-を逆にしてしまいました。

$$g'(x) > 0$$

$$1 - 2\cos 2\theta > 0$$

$$-2\cos 2\theta > -1$$

$$\cos 2\theta < 1/2$$

$$2\theta < \pm \pi/3$$

$$\theta < \pm \pi/6 \quad -\pi/6 < \theta < +\pi/6$$

三角関数ではこのように不等式でやるのではなく、グラフを書いて考えた方がいいのでしょうか？

A.

いま、 $-\pi/2 \leq x \leq \pi/2$ の範囲で $g(x)$ の増減を調べていて、極大値が $x = -\pi/6$ なのは微分すればわかりますが、単調増加の範囲が二つあり、最大値は $x = -\pi/6$ でとるか、 $x = \pi/2$ でとるかは微分しただけではわかりません。

なので、これらを $g(x)$ に代入してどちらが大きいかを調べる必要があります。

$$g(-\pi/6) = -\pi/6 + \frac{\sqrt{3}}{2} \quad g(\pi/2) = \pi/2$$

単純に $\pi/2 - (-\pi/6 + \frac{\sqrt{3}}{2})$ の引き算でかまいませんが、0より大きいでかまいませんが、みやすい形にするために解答では $\pi/2 = \frac{4\pi-1}{6}$ と式変形しているだけです。

また、 $g'(x)$ の符号ですが、やさしい高校数学では書いてありますが、あくまでも増減表を書くための手段なので頭の中でわかれば書く必要はありません。 $g'(x) = 0$ の場所で符号は変化するので、前後でわかりやすい値を代入してみて符号を判別し、0を境に反対側は異符号という見分け方でかまいません。