Q.（標準問題精講数学Ⅲ 標問87(2) P201）
大小2つの長方形で面積を挟むやり方で解いてみたのですが答えが合いませんでした。どのように解けばよいのか教えて下さい。

A.

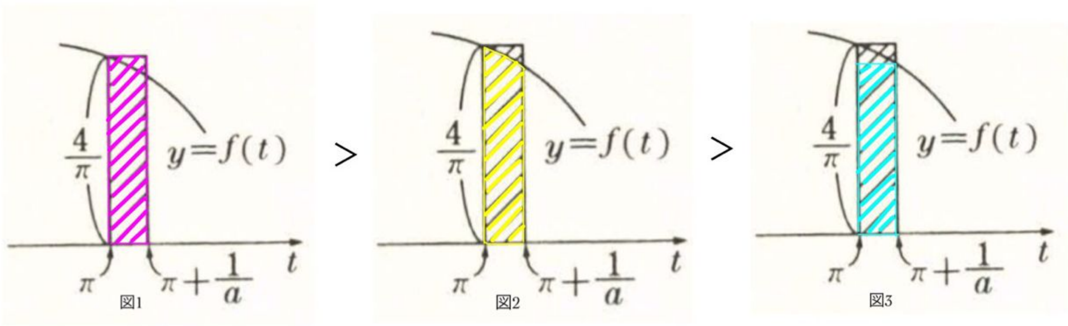

図1〜3のような面積の大小関係を利用して(2)のlim内の値($g(a)$)を評価し、はさみうちの原理によって求めます。

図1〜3で示された部分の面積をそれぞれS_1〜S_3とします。

精講の説明にある通り、S_2にaをかけたものが$g(a)$です。したがって$S_2=\frac{g(a)}{a}$です。

またS_1は縦が$\frac{4}{\pi}$、横が$\frac{1}{a}$の長方形なので、$S_1=\frac{4}{\pi a}$

さらにS_3は縦が$f(\pi+\frac{1}{a})$、横が$\frac{1}{a}$の長方形なので、$S_3=\frac{f(\pi+\frac{1}{a})}{a}$となります。

$S_3<S_2<S_1$なので

$$\frac{f(\pi+\frac{1}{a})}{a}<\frac{g(a)}{a}<\frac{4}{\pi a}$$

各辺にaをかけて

$$f(\pi+\frac{1}{a})<g(a)<\frac{4}{\pi}$$

となります。

この式からはさみうちの原理を用いて$g(a)$が$\frac{4}{\pi}$に収束することを説明します。第1辺について

$a\to\infty$とすると、

$$lim_{a\to\infty}f(\pi+\frac{1}{a})=f(\pi+0)=f(\pi)$$

(1)の結果より

$$=\frac{2(1-cos\pi)}{\pi}=\frac{4}{\pi}$$

以上のことから、不等式の第1辺と第3辺いずれもが$a\to\infty$にて$\frac{4}{\pi}$に収束するので、はさみうちの原理より

$$lim_{a\to\infty}g(a)=\frac{4}{\pi}$$