

Q. (基礎問題精講2B 例題130 p201)

一行目の解説で $2^{n-1} \leq 3000 < 2^n$ と書いているのですが、 \leq となるのがわかりません。等号は必要なんですか？

A.

この等号は3000という数が第n群に含まれているという条件からついています。つまり、範囲は「第n群の初項」から「第n-1群の初項の一つ前の数」までなので、「第n群の初項」は範囲に入りますが、「第n-1群の初項」は範囲に含まれません。

そのため、書き方としては

$$2^{n-1} \leq 3000 < 2^n$$

$$2^{n-1} \leq 3000 \leq 2^n - 1$$

$$2^{n-1} - 1 < 3000 < 2^n$$

$$2^{n-1} - 1 < 3000 \leq 2^n - 1$$

のいずれでも構いません。

大切なのは、左端は 2^{n-1} ならば等号が付き、 $2^{n-1} - 1$ ならば等号が付かない

右端は $2^n - 1$ ならば等号が付き、 2^n ならば等号が付かないということです。

確かに、2の累乗には3000となるものはないのですが、それは結果論であり、この等号は項の範囲の条件からつけているものなので、ここで等号を抜いてしまうと

“「第n群の初項」を含む” という条件が分かっているとみられる可能性もあります。

解答のように等号を付けて条件式を立てたあとに、2の累乗の値をヒントに具体的なnの値を求めるようにしましょう。