

Q. (標準問題精講数学ⅡB 標問45)

別解の図で、

青字の $m, 1, \sqrt{m^2+1}$ はどこから出て来たのかが分かりませんでした。

A.

この図の大きいほうの直角三角形の直角部分の頂点をRとし、 $\triangle PQR$ とします。

直線PQの傾きは m なので、横:縦= $1:m$ という比がわかります。

小さい直角三角形を示しているのは、 $\triangle PQR$ に相似で横の長さが1の三角形をとると各辺の長さの比が求めやすくなるからです。傾きから横:縦= $1:m$ より、横が1のとき縦の長さは m 、斜辺は三平方の定理より $\sqrt{1+m^2}$ になります。

この小さい三角形で三辺の長さの比がわかるので、これと相似な $\triangle PQR$ の辺の長さを求めるのに応用できます。

PQの長さを求める際に、横:斜辺= $1:\sqrt{1+m^2}$ とわかっているので、

$\triangle PQR$ の横の長さ $|p-q|$ に、この比 $\frac{\sqrt{1+m^2}}{1}$ をかけて $PQ = \sqrt{1+m^2}|p-q|$ となっています。