

Q. (基礎問題精講3 例題121(1) p223)

解説p223の1行目のlimの計算をやっても ∞ に収束するのですが、どのようにしたら $-\infty$ に収束しますか？

また、なぜ $-\infty$ に収束すると、x軸に垂直に刺さっているとわかるのですか？

A.

$$y' = \frac{2(1-2x^2)}{\sqrt{1-x^2}}$$

$x \rightarrow 1-0$ つまり左側(小さい方)から1に近づくので、

分母 $\sqrt{1-x^2} \rightarrow \sqrt{1-1} = 0$

分子 $2(1-2x^2) \rightarrow 2(1-2) = -2$

分子が負の定数、分母は $\sqrt{\quad}$ より正の方向から0に近づくので、

$-\frac{\text{定数}}{0}$ 型なので全体として $-\infty$ に行きます。

$y' \rightarrow -\infty$ ということは、接線の傾きが $-\infty$ ということなので、傾きは \downarrow 方向と考えます。

(一般に、傾きが負のときは \searrow 方向と考える。 $-\infty$ の場合、さらに傾きが急になり \downarrow 方向。)

傾きは $\frac{1}{2}$ を境に負に転じ、だんだんその傾きが急になっていき、x軸と交わる $(x,y)=(1,0)$ 付近で傾きが $-\infty$ (\downarrow y軸と平行方向、x軸と垂直方向)なので、垂直に刺さるという表現になります。