

Q. (数学標準問題精講ⅡB 標問52)

別解1で、これから先の処理を自分でやったのですが、どうしても(1,0)が除外できませんでした。

A.

$$x-1+m(y-1)=0$$

をmについての方程式とみる。

(i) $y-1=0$ つまり $y=1$ のとき $x=1$ であり、このときmは $y=mx$ より $m=1$ 。これは①の条件を満たすから $(x,y)=(1,1)$ は条件を満たす。

(ii) $y-1 \neq 0$ つまり $y \neq 1$ のとき

$$m = \frac{x-1}{y-1} \text{ これがイも満たすためには } y = \frac{x-1}{m} + 1$$

よって $(x - \frac{1}{2})^2 + (y - \frac{1}{2})^2 = \frac{1}{2} (y \neq 1)$ ここで(0,1)が除外されます。

また、 $m > 0$ より $m = \frac{x-1}{y-1} > 0$ なので、

$x=1$ のとき $m=0$ となるため(1,0)も不適。ここで(1,0)が除外されます。

また、 $(1-x) > 0$ かつ $(y-1) > 0$ または $(1-x) < 0$ かつ $(y-1) < 0$ である必要があるので

円のうち $0 < x < 1$ かつ $1 < y$ の部分と $1 < x$ かつ $0 < y < 1$ の部分に限定されます。※この範囲と(1,1)と合わせると図の第一象限の部分になります。

(i)(ii)より、求める交点の軌跡は解答の図のようになります。