

Q. (基礎問題精講3 演習45(2) P79)

解答で、「(2)の不等式を繰り返し用いると…」とありますが、この場合は例題のように「 $n \geq 2$ のとき」と限定しなくていいのでしょうか？また、数学的帰納法で $n=k$ とおく時、($k \geq 1$)と表記するのはどういう時なのでしょう？

A.

例題では $n=1$ のときのみ等号成立で、 $n=2$ からはくだったので、 $n=1$ のみ区別して考えました。演習問題では、すべての自然数 n について(2)がいえることが保証されているので、特に1のときだけ分けて考える必要はありません。

特定の n のみ区別するのは、その数字の時だけ成り立たなかったり、例題のように=や<を区別する必要があるときのみです。基本的には演習問題のような扱いで問題ないと思います。

帰納法は、

①1のとき成り立つ

②任意の整数 k のとき成り立つと仮定すれば $k+1$ のときも成り立つ

の2点を示すことで、

1のとき成り立つ $\rightarrow 1+1=2$ のとき成り立つ $\rightarrow 2+1=3$ のとき成り立つ $\rightarrow \dots$ すべての n のとき成り立つ

という理論で証明します。

そのため、 k の定義については「任意の整数」ということが示せば問題はないと思います。

ただし、 $n=1$ のときのみ別に扱わないといけない問題等の場合は、 $n=1$ の時のみ個別に代入して調べ、①のかわりに2のときに成り立つことも調べ、 $n=k$ (k は2以上)として②の過程を示すことが必要です。

重要なのは、スタート地点をどこにするかということです。そのスタートの数字以上のすべての自然数を k として定義する必要があります。