

Q. (数学基礎問題精講Ⅲ 演習 53(1))

答えでは絶対値を用いて証明していましたが、 $-1 < \sin 1/x < 1$  を用いて、はさみうちで  $-1/x \rightarrow 0$ ,  $1/x \rightarrow 0$  から 0 に収束する求め方は正しいでしょうか。

A.

直感的にはあってそうですが、間違っています。 $\sin \frac{1}{x}$  や  $\sin(-\frac{1}{x})$  だけを吟味するぶんにはかまいませんが、この場合  $x$  を別に考えることになるので、0 に極限をとばしたときに各各 0 となり  $0 \times 0$  の不定形となってしまいます。なので解説のように絶対値をとって証明する方法が正しい証明方法となります。