

Q. (数 1A 基礎問題精講 P163 演習 97(2))

答えまでの流れがわかりません。また、ポイントの②をどう利用しているのかわかりません。

A.

ポイントに記載されている通り、ガウス記号の外し方については2通りあります。そもそもガウス記号とは、 $[\]$ 内の数字を超えない最大の整数であるため、範囲があります。例題では、ポイント①のように $x-1 < [x] \leq x$ を用いて右辺 $9[x]$ の範囲を2つの不等式から考えました。

しかし、演習のほうでは、②のように $n \leq x < n+1$ を用いてガウス記号を外しています。さきほどの例題だと、 x で挟んでいる以上 x の不等式でしかありませんが、この②のようにガウス記号をなにか別の文字でおくと、その置いた文字を用いて x の範囲を確定させることとなります。よって、 x の不等式を n を用いて表しなおさなければいけません。だから、等号のまま文字数が増え計算することになったのです。

これらを踏まえて考えます。

$n \leq x < n+1$ (n は2以上の自然数) のとき、 $[x]=n$ となるので、問題文の右辺の $9[x]$ に代入すると $x^2+18=9n$ とおけます。 n は自然数なのでこの式を移行すると、 $x^2=9n-18$ となり、右辺は定数となります。

ここで左辺の x^2 について考えると、 $n \leq x < n+1$ から、 $n^2 \leq x^2 < (n+1)^2$ となり、 n の不等式に変形することが出来ます。

以上から $n^2 \leq 9n-18$ と $9n-18 < (n+1)^2$ の二つの不等式が出て、解答のようになります。