

Q. (数3 基礎問題精講 P. 63 演習 37(2))

$k \leq -1$ を除いている意味がわかりません。

A.

解答の図Ⅲをみてください。

$y = -|x| + k_0$ のグラフが交点が第一象限に一つのグラフです。このとき、 $k = k_0$ という関係になっています。(※このとき第三象限には一つ交点をもつことがグラフからわかるので、トータルで交点2個あることが確認できます。簡単のため、ここからは第一象限の交点の個数について考えて場合分けを行い、そこに第三象限の交点1個を足すことで合計の交点の数を考えていきます。)

・これよりも $y = -|x| + k$ のグラフが上にいくとき ($k > k_0$) グラフは青線のようになり、交点は第一象限で二つ以上になります。

・逆に $y = -|x| + k$ のグラフが下にいくとき ($k < k_0$)、第一象限では $y = \frac{1}{x-1}$ のグラフと交点を持つことができません。このとき、2つのグラフの形から考えても交点の数は左下の方で1つのみです。よって、交点が2つ以上という条件には反することになります。

交点が2つ以上になるのは $k = k_0$ のときと $k > k_0$ のときであることがわかりました。

よって、 $k \geq k_0$ 。

解答の二次方程式より、 $k_0 = -1, 3$ となりますが、

図Ⅲより、 k_0 の値は少なくとも正であることがわかります。よって、 -1 は不適切な解として除外されます。

$k_0 = 3$ とわかったので、最終的な k についての条件が $k \geq 3$ となります。

ポイント

この二次方程式は数学的には二つの解をもちますが、あくまでも自分で設定した k_0 の値を求めるためのものであり、出てくる解がすべて k_0 になるとはかぎりません。

自分で設定した値について方程式を立て解が得られたときは、その解が求める条件にあっているかを必ず確認し、解の吟味を行う必要があります。