

Q. (基礎問題精講 3 例題 40)

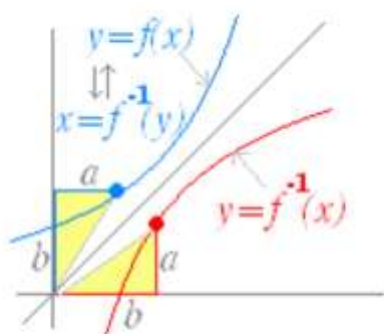
ポイントの意味がわかりません。

$y=x$ に関して対称だからとはどういうことなのですか。

A.

$y=f(x)$ のグラフと $y=f^{-1}(x)$ のグラフは直線 $y=x$ に対して対称な位置関係にあります。

今回の問題とは異なる関数ですが、 $y=e^x$ を例にすると逆関数のグラフはもとの関数のグラフに対して次のような位置関係になっています。



例 関数 $y=e^x$ のグラフと $y=\log x$ のグラフは $y=x$ の直線に関して対称

青の線が $y=f(x)$ のグラフ、赤の線が $y=f^{-1}(x)$ のグラフ、グレーの線が $y=x$ のグラフです。
直線 $y=x$ に対して、赤と青の二つのグラフが対称な位置にあるのがわかると思います。
この位置関係にある場合、二つのグラフがクロスするのは対称軸上でしかありえません。
また、この境界線である $y=x$ をまたがない限り二つのグラフはクロスすることはできないので、 $y=x$ と $y=f(x)$ が交点を持たないときは、 $y=f(x)$ のグラフと $y=f^{-1}(x)$ のグラフの交点も存在しないということになります。