

Q. (数学基礎問題精講Ⅲ 例題 11)

参考について、P の軌跡は右図のようになるのは分かるのですが、どうして $y=\pm x$ の線も引いてあるのでしょうか。漸近線と考えて良いのでしょうか。

A.

漸近線ではありませんが、求める軌跡との比較として示すことで軌跡がどのような動きをするかわかりやすくするためのものです。

$y=x$ は $\theta = \frac{\pi}{4}$ の直線です。

増減表より、 θ が 0 から $\frac{\pi}{4}$ の間では r は $\sqrt{2}a$ が最大でそこから減少するということがわかります。 $r = \sqrt{2}a$ となるのは、軌跡と x 軸との交点にあたる点で、 θ が 0 から $\frac{\pi}{4}$ の間とは、

「 x 軸」と「 $y=x$ の直線の第一象限部分」との間のエリアを指します。図を見ていただくと、実際にその範囲では、 $r = \sqrt{2}a$ となる点から原点 ($r=0$, $\theta = \frac{\pi}{4}$ となる点) に向けて動径の長さ r が短くなっているのが確認できると思います。

このように直線 $y=x$ を示すことで、軌跡のカーブの形など増減表だけでは計算しにくい部分の見当をつけやすくなり、より実際に近い図が描きやすくなります。

このように、 $y=x$ や $y=-x$ の直線は $\theta = \frac{\pi}{4}$ や $\theta = -\frac{\pi}{4}$ を示すのに使われることが多いので覚えておきましょう。