

Q. (数学 3 基礎問題精講 演習 111 p203 (2))

媒介変数を用いる積分になるとうまく図示できず、解けません。例題 111 の 4 はポイントのやり方を覚えて解けましたが、演習では適用出来ずにいます。

A.

図の書き方について、以下を参考にしてください。

まず、 $\frac{dx}{dt} = 1 - \cos t$, $\frac{dy}{dt} = \sin t$ を求めます。

そして、 $\frac{dx}{dt} = 0$ または $\frac{dy}{dt} = 0$ になるような t の値を求めます。今回は、 $t = 0, \pi, 2\pi$ です。

そして、 x, y についての増減表を作ります。

t	0		π		2π
$\frac{dy}{dx}$		+	0	—	
x	0	↗	π	↗	2π
y	0	↗	2	↘	0

これで得た各点をとって、曲線で結ぶと大体のグラフが書けます。

今回求める面積は、曲線 C と線分 PQ で囲まれた部分なので、 $\frac{\pi}{2} - 1 \leq x \leq \frac{3\pi}{2} + 1$ の部分です。

また、p. 203 のポイントであげられている方法は、媒介変数で表された関数と x 軸で囲まれた部分の面積 です。今回は x 軸ではなく線分 PQ で囲まれた部分を求めているので、x 軸と線分 PQ で囲まれた部分の面積を除かなくてはなりません。