

Q. (数学 2B 基礎問題精講 P. 21 演習 10)

$a+b+c=0$ であるとき、 $0 \times k=0$ となり k の値の答えは、すべての実数になるのではないのでしょうか。

A. 例えば、次の方程式を解いてみましょう。

$$「2x=2」$$

とても簡単ですね ($x=1$ です)。しかし、これを次のようにしたらどうでしょう。両辺に同じ数である 0 をかけて、

$$「2x \cdot 0=2 \cdot 0 \Leftrightarrow x \cdot 0=0 \text{ よって、} x \text{ は全ての値をとる}」$$

ダメですよ。このように、両辺に 0 をかけて方程式を解く、というのは数学のルールで禁止されています。これを踏まえると、今回の質問は、

$$3(a+b+c)=3k(a+b+c)$$

という方程式において、 $a+b+c=0$ として方程式を解いてしまった、つまり両辺に 0 をかけてしまったこととなります。これではルール違反です。ちなみに、 $a+b+c=0$ を考えること自体はルール違反ではありません。なぜなら、 $a+b+c=0$ の場合、上記の式は $0=0$ となってなんら矛盾は生じないからです。

上記の式に $a+b+c=0$ を代入して「 k は全ての値をとる」と答えるのはルール違反ですが、 $a+b+c=0$ の場合について考えるのは当然 OK で、解答のように与えられた式に $c=-a-b$ などとして代入し、文字を減らしていくと答えが導かれるのです。