

Q. (数学3 基礎問題 例題 15(2))

途中式の変形がわかりません。

また、無理やり $\sqrt{2}$ を作るのは(1)の結果を使いたいから、ということでしょうか。

A.

$$\frac{1+\sqrt{3}i}{1+i} = \frac{(1+\sqrt{3}i)(1-i)}{(1+i)(1-i)} \quad \text{分母分子に } 1-i \text{ をかけて分母を有理化する}$$

$$= \frac{1+\sqrt{3}i-i+\sqrt{3}}{1-(-1)} \quad \text{分母を展開}$$

$$= \frac{1+\sqrt{3}+(\sqrt{3}-1)i}{2} \quad \text{分母を整理}$$

この時点で、分母が 2 なので $\sqrt{2}$ でくくれそうだと判断して (※ (1) の結果を使うため)

$$= \sqrt{2} \left\{ \frac{1+\sqrt{3}+(\sqrt{3}-1)i}{2\sqrt{2}} \right\}$$

あとは{ }の中身ですが、ここが  $\cos \theta + i \sin \theta$  の形式になるようにすればよいので、 $\sqrt{2}$ を分母分子にかけてもう一度分母を有理化します。

$$= \sqrt{2} \left\{ \frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}+(\sqrt{6}-\sqrt{2})i}{4} \right\}$$

$\cos \sin$  がはっきりわかるように整理して、

$$= \sqrt{2} \left\{ \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4} + \frac{(\sqrt{6}-\sqrt{2})}{4} i \right\} \quad \text{となります。}$$

大まかな流れとしては、

- ①まず分母を有理化
- ②i について整理する
- ③r (今回は $\sqrt{2}$ ) にあたる部分をくくりだす
- ④かっこの中を有理化&i について整理する  
です。

③の工程が難しいと思いますが、誘導をヒントにしたりかっこの中が  $\sin, \cos$  の和の形になるように係数を調節してください。今回のように誘導がない場合、かっこの中が有名角の  $\sin, \cos$  の組み合わせになっていることも多いです。