

Q. (標準問題精講2B p296 演習131-3 (3))
全体的になにをやっているのかわかりません。

A.

記号が多いので一つ一つどういう意味か確認しながら解いていく必要があります。

a_1, a_2, \dots, a_n のなかで2つが1でその他が0のときに題意を満たします。

1のものを $n=j, k$ とおくと、 j, k どちらが大きくとも交換可能なのでいま便宜上 $j < k$ と置きます。

a_j, a_k 以外は0なので、 $\sum_{i=1}^n a_i 2^{i-1} = a_j \cdot 2^{j-1} + a_k \cdot 2^{k-1} = 1 \cdot 2^{j-1} + 1 \cdot 2^{k-1} = 2^{j-1} + 2^{k-1}$ です。

このときの、求める要素の和を考えると、 $\sum_{1 \leq j < k \leq n} 2^{j-1} + 2^{k-1}$ となります。

いま、 $1 \leq j < k \leq n$ より j は k より必ず小さな数字です。 $j=n$ が存在すると仮定すると、 k が存在できません。なので、 j の最大値は $k=n$ のときに $j=n-1$ となり

$\sum_{1 \leq j < k \leq n} 2^{j-1} + 2^{k-1} = \sum_{j=1}^{n-1} \sum_{k=j+1}^n (2^{j-1} + 2^{k-1})$ と式変形できここから1つずつ丁寧に計算すれば解答のようになります。