

Q. (標準問題精講 2B P208 標問 2B(2)(i)(ii))

解答の後半の「与えられた条件は～のもとで同値である。よって～」のところについて、
何で確認しているのでしょうか。また、必ずしなければならないのでしょうか。

A.

「分子、分母ともに極値が0であること」は、「分数全体の極値が収束すること」の**必要条件**です。

つまり、分子が0になることを言えば、

「分子、分母ともに極値が0である」→「分数全体の極値が収束する」と示せます。

この左側の条件を式にしたのが①の条件式で、この仮定のもと $5/4$ に収束させるには $a=2$ であるということがわかりました。この $a=2$ というのが、分数全体の極値が収束するときの条件式にあたります。

本問で示さなければいけないのは→や←ではなく等号=なので、今度は「分数全体が収束する」という仮定のもとで本当に「分母も0に収束する」のか、つまり $a=2$ のときに①の式が成り立つのかを示す必要があります。それが、 $a=2$ を①に代入する作業です。これにより、「分子、分母ともに極値が0である」←「分数全体の極値が収束する」が示せたので←と→がどちらも証明できました。つまり、この二つの条件は本問に限っては同値であるということが言えたので、この段階で初めて与えられた等式を証明できたこととなります。

形式的に感じるかもしれませんが、代入して①式が成り立つかを確認する作業は解答に不可欠なので必ず入れるようにしてください。入れないと必要条件しか示しておらず、条件不足とされてしまいます。

(ii) も同様の作業をしています。