

Q. (数学 2B 基礎問題精講 演習 120(2))

なぜ公比 4 の等比数列の項数が  $n$  と分かるのでしょうか。

A.

もとの  $T$  は項数  $n \leftarrow$  「2 の ● 乗」の係数が 1 から  $n$  までであるから  
よって、 $2^2T$  も項数  $n$

$T - 2^2T$  は

$$\begin{aligned} T &= 1 \cdot 2^1 + 2 \cdot 2^3 + 3 \cdot 2^5 + \dots + n \cdot 2^{2n-1} \\ 2^2T &= 1 \cdot 2^3 + 2 \cdot 2^5 + 3 \cdot 2^7 + \dots + n \cdot 2^{2n-1} + n \cdot 2^{2n+1} \end{aligned}$$

---

$$T - 2^2T = 1 \cdot 2^1 + (2^3 + 2^5 + 2^7 + \dots + 2^{2n-1}) - n \cdot 2^{2n+1}$$

ここで、( ) の中は  $T$  から  $n-1$  個、 $2^2T$  から  $n-1$  個を持ってきてそれぞれを引いたものなので、 $n-1$  個あります。

$T - 2^2T$  の式全体を整理すると、

$$T - 2^2T = 1 \cdot 2^1 + 2^3 + 2^5 + 2^7 + \dots + 2^{2n-1} - n \cdot 2^{2n+1}$$

前半の部分が、 $2^1 + 2^3 + 2^5 + 2^7 + \dots + 2^{2n-1}$  つまり、公比  $2^2 = 4$  の数列の和となります。よって、この部分は赤字の  $n-1$  個に最初の  $1 \cdot 2^1$  の 1 個を足して  $n$  個となります。