

Q. (数 1A 基礎問題精講 例題 47)

$-1 \leq x \leq 3$ と $a \leq x \leq a+2$ の共通部分が $a \leq 3$ かつ $a+2 \geq -1$ になる理由と、 a の範囲が $-3 \leq a \leq 3$ になる理由を教えてください。

A.

この問題ではまず二つの不等式を簡単にして、実際に不等式が示す範囲を図示することが大切です。二つの不等式は簡単になると①②のようになります。 $-1 \leq x \leq 3$ は動かないので数直線の上にそのまま書けますが、 $a \leq x \leq a+2$ は a の値がわからない以上どこにくるかわかりません。なので、色々と a の値を動かしてみてどのような a の時には同時に満たす x が存在して、どのような a の時には存在しないのかを図を描きながら考えてみましょう。(同時に満たす x が存在するとは 2 つの不等式に重なる部分があるということです。)

すると、 a が小さすぎても、大きすぎてもだめだということに気がきます。そして、その限界となる a について考えればいいわけです。

まず a を小さくしていったときの限界について。 $a+2$ が -1 より小さくなってしまおうと重なる部分がなくなってしまうので、重なるのは $a+2 \geq -1$ を満たすときです。

次に a を大きくしていったときの限界について。 a が 3 より大きくなってしまおうと重なる部分がなくなってしまうので、重なるのは $a \leq 3$ を満たすときです。

以上の考えから答えが $-3 \leq a \leq 3$ とわかります。