

Q. (数 1A 基礎問題精講 例題 47)

$-1 \leq x \leq 3$  と  $a \leq x \leq a+2$  の共通部分が  $a \leq 3$  かつ  $a+2 \geq -1$  になる理由と、 $a$  の範囲が  $-3 \leq a \leq 3$  になる理由を教えてください。

A.

この問題ではまず二つの不等式を簡単にして、実際に不等式が示す範囲を図示することが大切です。二つの不等式は簡単になると①②のようになります。 $-1 \leq x \leq 3$  は動かないので数直線の上にそのまま書けますが、 $a \leq x \leq a+2$  は  $a$  の値がわからない以上どこにくるかわかりません。なので、色々と  $a$  の値を動かしてみてどのような  $a$  の時には同時に満たす  $x$  が存在して、どのような  $a$  の時には存在しないのかを図を描きながら考えてみましょう。(同時に満たす  $x$  が存在するとは 2 つの不等式に重なる部分があるということです。)

すると、 $a$  が小さすぎても、大きすぎてもだめだということに気がきます。そして、その限界となる  $a$  について考えればいいわけです。

まず  $a$  を小さくしていったときの限界について。 $a+2$  が  $-1$  より小さくなってしまおうと重なる部分がなくなってしまうので、重なるのは  $a+2 \geq -1$  を満たすときです。

次に  $a$  を大きくしていったときの限界について。 $a$  が  $3$  より大きくなってしまおうと重なる部分がなくなってしまうので、重なるのは  $a \leq 3$  を満たすときです。

以上の考えから答えが  $-3 \leq a \leq 3$  とわかります。