

Q. (基礎問題精講 2 b P208 演習 134(2))

具体的な数で実験して答えを出そうとするときにどのように解いたら良いでしょうか。

A.

たとえば、3枚並べる場合について考えます。

①: 1枚目が赤のとき、2枚目の塗り方は赤以外の2通り。3枚目の塗り方は3色自由に使えるので3通り。よって 2×3 で6通りになります。

②: 1枚目が赤以外のとき、2枚目以降を自由に並べられることになります。よって、更に2枚目について場合分けします。

②-1: 2枚目が赤のとき、3枚目は赤以外なので2通りになります。

②-2: 2枚目が赤以外のとき、2枚目は2通り、3枚目は3色使えるので3通りになります。よって、 $2 \times 3 = 6$ 通り。

よって、計 $2 + 6$ で8通りになります。ここにさらに1枚目が青、黄の2通りなので2倍して 8×2 で16通りです。

①と②を合わせて、 $6 + 16 = 22$ 通りです。

これは、 $a_3 = 2a_2 + 2a_1 = 2 \times 8 + 2 \times 3 = 22$ の結果とも一致します。

具体的な数で考えていき、 n につながるヒントを得て一般項を出すというのが定石の考え方です。

今回 a_3 を考える場合は1枚目について場合分けしたのちに、上の下線部のように

①では $3 - 2 = 1$ 枚

②では $3 - 1 = 2$ 枚

はそれぞれ自由に並べられる。ということで、 $a_{3-2} = a_1$ 、 $a_{3-1} = a_2$ の値をそれぞれ引用することができます。

n 番目を考える際、何枚目まで条件を指定すればあとは自由に並べられるかを考えると、 $n-1, n-2$ などの値を利用できることに気付けるとと思います。