

Q. やさしい高校数学(数3)p410 例題 5-18 解答の方針がわかりません。解説の補助をお願いします。

A. 「ある点 $x=a$ で微分可能」というのは、 $x \rightarrow a+0$ の極限（右極限）と、 $x \rightarrow a-0$ の極限（左極限）の値が等しいことを指します。だから、「すべての x で微分可能」とは、どの点においても右極限と左極限の値が一致しているということです。

$f(x)=p\sin \pi x+q$ は、 $f'(x)=p\pi \cos \pi x$ となってすべての x において微分可能なので、 $x < 1$ の範囲でももちろん微分可能です。

$f(x)=\log x$ は $x > 0$ において、 $f'(x)=\frac{1}{x}$ なるので、 $x > 1$ の範囲でももちろん微分可能です。

つまり、 $x=1$ において微分可能であることが確かめれば、すべての x で微分可能であることが言えるということです。さらに、微分可能であることは、その点においてグラフが連続していないといけない（ $f'(x)$ は $f(x)$ の傾きであるため。グラフが連続でないと、接線の傾きなどは出ない）ということも言えます。

以上のことより、 $\lim_{x \rightarrow 1-0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1+0} f(x) = f(1)$ となります。

また、 $\lim_{h \rightarrow -0} \frac{f(1+h)-f(1)}{h}$ (← 左極限) = $\lim_{h \rightarrow +0} \frac{f(1+h)-f(1)}{h}$ = (← 右極限) となります。