

Q. (数学標準問題精講3 p170 演習問題73)

解説の補助をお願いします(特に断面がどんな断面かを特定し、そしてその断面の面積を求める部分について)。

A.

2点動くような場合には、1点を固定して考えるのが一般的です。今回の場合は、一度Pを固定したほうが考えやすいのでそのようにします。

Pを固定して考えると、L上の1点Pと、円板(円周+円の内側)を動く点を結んでいくと円錐になることに気づくと思います。(底面がxy平面上の円、頂点が点Pです。)

円錐を、底面と平行に切ったときの断面は円になる(←これは事実として覚えておくべきです)ので、円である断面を、Pが点AからBに移るまで動かしていけば、両端が円の一部になってその間が長方形となる図形が全体の切り口の面積となります。

具体的な面積については、 $z=0\sim 1$ 間での比例関係を使って求めます。

この問題のポイントとしては、1. Pを固定してQを動かしていくと、全体が円錐になること、2. 円錐の断面は円になること、です。