

Q. (基礎問題精講 数ⅡB p.205 演習問題 132-(1),(2))

解答(p.293)で、

(1)格子点の(x,y)の表し方は分かったのですが最後の個数がなぜ解答のようになるのかがわかりません。

(2)格子点の個数の求め方で $\Sigma$ を使用することはわかりましたがなぜ計算で $2\Sigma$ になるのでしょうか (2がある理由)。

A.

(1)

直線  $x=k$  に載っている格子点のうち、一番上にあるのが直線  $y=n^2$  との交点である  $(k, n^2)$ 、一番下にあるのが放物線  $y=x^2$  との交点である  $(k, k^2)$  です。

格子点は1ずつy座標がずれた点の集合なので、y座標が  $k^2$  から  $n^2$  まで変化すると考えて  $n^2 - k^2 + 1$  個となります。最後に  $+1$  するのは植木算の考え方によるものです。忘れやすいので注意してください。

(例：y座標が3から5まで変化するとき、格子点は3, 4, 5の3つ。式では  $5 - 3 + 1 = 3$  個と求めます。)

(2)

放物線も直線もy軸に対して**対称**な図形です。そのため、格子点の数も対称になります。そのため、y軸を挟んでどちらか半分のみを計算してそれを2倍すれば求められることになります。ただし、対称軸であるy軸上にのっている格子点の数も含めて2倍してしまうと、多く数えることになってしまうので、x座標が1からnまでの格子点のみを2倍して、そこに  $x = 0$  (y軸) 上の格子点の数  $n^2 + 1$  個を加えています。

この対称を利用した考え方は、格子点の問題ではよく使うので覚えておきましょう。計算が楽になります。