

Q. (数3 標準問題精講 P88 演習 37-2)

解答の2行目の θ の求め方が分かりませんでした。

A.

長針は1時間に1周、短針は1時間に1/12周 動くので、 t 時間後にはそれぞれ、 $2\pi t$ 、 $\frac{2\pi}{12}t$ 動く。

よって、短針から長針に向けて測った角を θ とすると、

短針を基準に考えているので、長針が動いた分から短針が動いた分を引いて、

$$\theta = (2\pi - \frac{2\pi}{12})t = \frac{11\pi}{6}t$$

この式で短針と長針の位置関係をすべて表せているのかと疑問に思うかもしれないが、ラジアンを考慮することですべての位置関係を表せている。

例えば、 $\cos(2\pi - \theta) = \cos \theta$ 、 $\cos(2\pi n + \theta) = \cos \theta$

という三角関数の性質によって、長針が短針に関して時計回りにたどった方が近い位置にある場合も、反時計回りにたどった方が近い位置にある場合も含めて表せている。