Q．（標準問題精講 2B 標問 109）
解説の補助をお願いします。

A．
[解説]
まず$x^3+3px+q=f(x)$のグラフについて考えてみる。
f'(x)=x^2+3pより、p の正負により、極値の数は変わるということがわかる。
場合分けを考える.

ｉ p<0 のとき
以下の増減表になる。

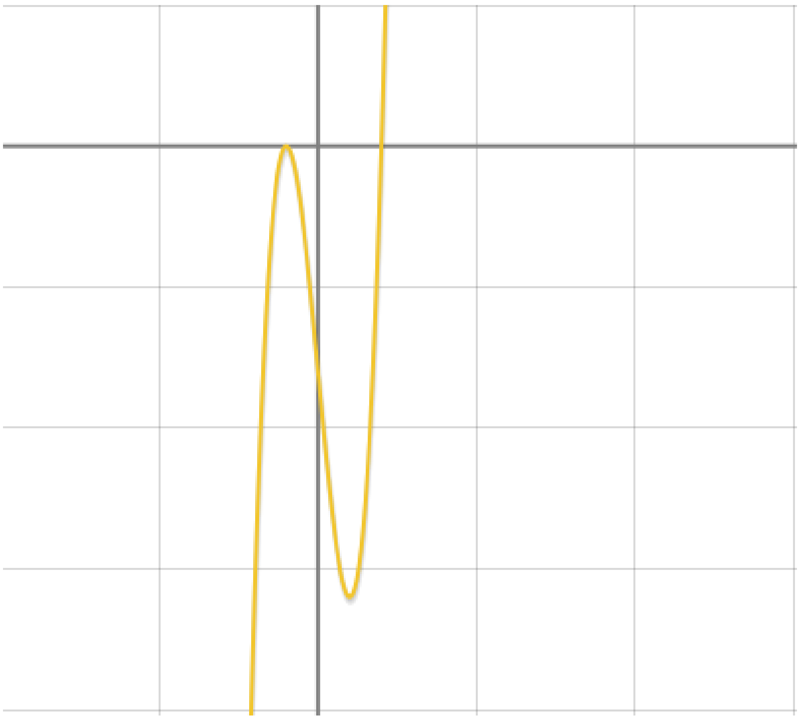
x		$-\sqrt{-P}$		$\sqrt{-p}$	
f'(x)	+	0	−	0	
f(x)	↗□		↘□		↗□

f($-\sqrt{-P}$)×f($\sqrt{-P}$)=D
ここで示すことについて考えるが、以下の 3 つを示す。

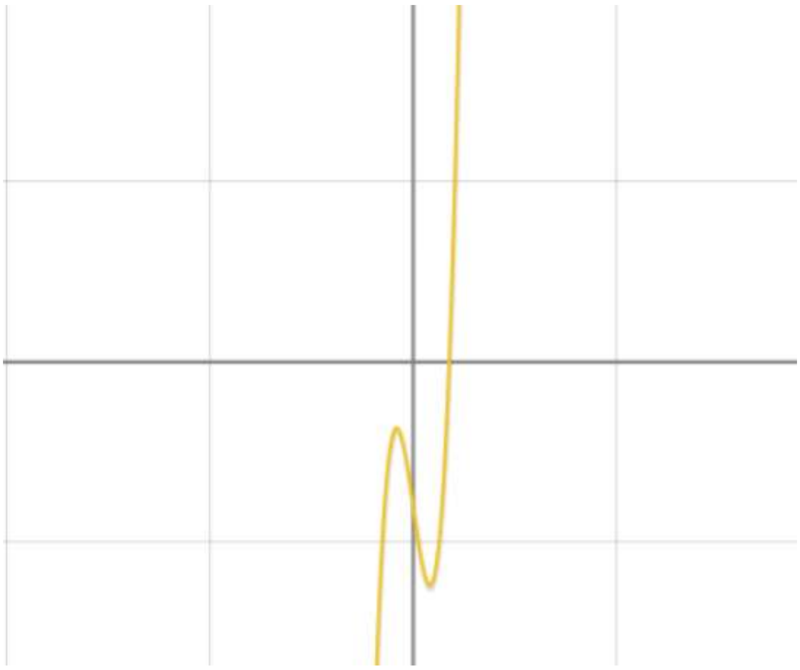
⑴異なる 3 つの実数解をもつということ⑵解の全ては実数解であり重解をもつ⑶ 1 つの実数解と 2 つの虚数解をもつという 3 つについて考える。⑴⑵⑶を示すには何が示せれば良いか考える。
⑴極値が 2 つ存在し極値 2 つをかけるとマイナスになる。D<0
⑵重解をもつということは極値のどちらが 0 であるということである。
⑶1 つの実数解より、y=0 を通る x が一点しかないということは極値の符号は同じで D>0 ということである。ここで虚数解というのは実数上のグラフでは表せないという解釈でいい。2 次関数を考えると　はグラフでは y=0 で交点はないが、虚数解はある。それと考え方はおなじである。

⑴

⑵



⑶



ⅱ p=0 のにおいて

f(x)=x^3+q

D=q^2となる

D<0 にはならない。D=0 のとき q=0 より解は一つで他は重解となる。

D>0 になると実数解 1 つ虚数解 2 つになる⑶と同じ考え

ⅲ $p>0$ において

このとき $D>0$ となる

このとき $f'(x)>0$ より、単調増加である。

単調増加で $x=-\infty$ で $f(x)=-\infty$、$x=\infty$ で $f'(x)=\infty$ より $f(x)=0$ は一点で交わる。よって実数解 1 つ虚数解 2 つになる(3)と同じ考え