

Q. (標準問題精講 3 p. 247 例題 107)

解説の補助をお願いします。

A. (1) 求める接線 $y = mx + n$ と楕円の式を連立して y を消去し、 x が重解を持つとしていつも通り n を求めても構いません。

解答では、楕円を円に変換し、「直線と円が接するとき、円の中心と直線との距離が、円の半径に等しい」という事実を使って n を求めています。このとき、もとの楕円と直線の位置関係を変えないようにするため、直線の式も同じように変換しなければいけません。

(2) (1) で求めた楕円の接線は、 m の値によって変化します。ある 2 本の接線の傾きを m_1, m_2 と決めるとき、題意を満たすのは、 $m_1 m_2 = -1 \cdots \textcircled{1}$ となるような m_1, m_2 が存在するときです。つまり、(1) で求めた式を 2 乗してルートを外し、 m についての 2 次式とみれば、2 次式は 2 つの解が出るので m_1, m_2 を求められます。このとき、解と係数の関係より 2 つの解の積を出して $\textcircled{1}$ と合わせれば、変数 m (m_1, m_2) が消えて x, y についての条件式が求められます。

(1) の式を、 m についての 2 次式として見なければいけない点がやや難しいと思います。