

Q. (標準問題精講 2B 例題 84)

解説の補助をお願いします。

A.

(1) 図を見ると、QR は点 A で区切られて  $QR=QA+AR$  となっているので、分けて考えることにします。

QA、AR を含んだ三角形で考えると、それぞれ ACQ、RBA が見つかるので、これらの三角形を使います。

正三角形 PQR より、3つの角度はすべて  $60^\circ$  であり、また  $\angle RAB = \theta$ 、 $\angle BAC = \alpha$  などと角の大きさはたくさん与えられていることと、 $AB=AC=a$  であることから、正弦定理を使って解くことが思いつければ求められます。

$QR = \frac{2}{\sqrt{3}} a \{ \sin(120^\circ - \theta) + \sin(\theta + \alpha - 60^\circ) \}$  のままでも正解ですが、(2) を求めるときに必要なので、和積の公式を使って変形しておいたほうがよいでしょう。

(2) PQR は正三角形なので、PQR の面積が最大になるとき、各辺の長さも最大になります。つまり、三角形の面積を求めなくても、(1) で求めた QR の長さが最大になるような時を求められれば解答できます。

$QR = \frac{2}{\sqrt{3}} a \sin\left(\frac{\alpha}{2} + 30^\circ\right) \sin\left(\theta + \frac{\alpha}{2}\right)$  であることより、 $\theta$  が変わるときについて考えるのであるから、変数は  $\sin\left(\theta + \frac{\alpha}{2}\right)$  の部分のみです。これが最大になるような  $\theta$  について考えればよいでしょう。