Q．（数３標準問題精講 p204 の研究）
詳しい解説をお願いします

A．【研究】にあるように、斜線部の面積はＳ＝$\frac{2}{n}$
また、長方形ＯＡＢＣの面積ＴはＴ＝$\frac{\pi}{n}$ ・ 1 ＝$\frac{\pi}{n}$
ＳもＴもｎによって変化する値ですが、この二つの比をとるとｎが消えて$\frac{2}{\pi}$となり、一定（変数ではなく定数）となります。

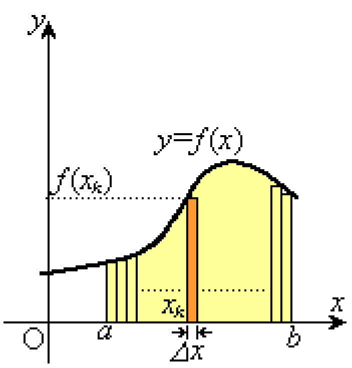
問題の（２）に対応させるためには sinnx の積分区間を 0 から a に変更したいのですが、ここで区分求積の考え方を利用します。

I=$\lim_{n\to\infty}\int_0^a |\sin nx|\,dx$ について$n\to\infty$より

積分区間の 0≦x≦a に対して、「右図」のＯＡにあたる 0≦x≦$\frac{\pi}{n}$ は $\lim_{n\to\infty}\frac{\pi}{n}=0$ であることから微小区間と考えることができます。また、|sinnx|は周期$\frac{\pi}{n}$の周期関数であることも考慮すると、面積Ｓは積分Ｉの微小区間での面積ということになります。よってＩを求めるためには、積分区間 0≦x≦a に渡ってＳを足し合わせていきます。
ここで区分求積についておさらいすると、区分求積とは「微小区間の面積」を、（底辺の長さ）＝（微小区間の長さ）である長方形に近似することで、その長方形の高さを積分区間に渡って足し合わせることで全体の面積を求める手法でした。
今回は微小区間の面積を長方形ではなく斜線部の形で近似しているのですが、先ほど求めた一定の比$\frac{2}{\pi}$を使うことで、長方形に近似してそこに比をかければよいということになります。よって $\lim_{n\to\infty}\int_0^a |\sin nx|\,dx = \frac{2}{\pi}\int_0^a 1\cdot dx = \frac{2}{\pi}a$ となります。

比長方形を積分

【通常の区分求積】



通常は微小区間の面積を、このオレンジの長方形のように底辺が⊿x（微小区間）の長方形で近似します。
⊿x→0 のとき
全体の面積を、高さ f(x_k)を a から b まで積分した値で近似できるのです。

今回は微小区間のグラフの形状的に、直接長方形に近似できなかったので、まず長方形の

面積に対して一定の比の面積をもつ面積Ｓの図形で微小区間の面積を近似したのち、通常と同様の考え方で全体の面積を求めてからその比をかけることで面積を求めています。

文字だと説明しにくいので、下の図も参考にしてください。