

Q. (名問の森 p8 1 (5))

$m=0$ が A、 $m=1$ の双曲線が B を通るのは理解できるのですが $m=2$ がなぜあのように描けるのか、また $m=3$ 以上、 $m=0$ 未満がなぜ OB を通らないのかが分かりません。

A.

別解のように OB 上で O から x 離れた点 Q で弱めあうときを考えた時、

$m=2$ のとき、 $OQ'-OQ$ の式に代入して $x=\frac{11}{20}\lambda$ となり、OB 上では OB の中点 ($x=\frac{1}{2}\lambda$)

のやや上を通ります。

$m=3$ のとき、 $x=-\frac{13}{28}\lambda$ となり、OB 間 ($x=0\sim 4\lambda$) から外れるので $m=3$ は入りません。

同様にして $x=\frac{9-(m+\frac{1}{2})^2}{2m+1}\lambda$ は m についての減少関数なので、 m が 3 より大きい場合も x は負となり OB 間に含まれません。

また、そもそも波の干渉で弱めあう条件のため 距離差： $O'Q-OQ=(m+\frac{1}{2})\lambda$

で定義しているので、三点 O、O'、Q の位置関係を考えて $O'Q-OQ>0$ となることより、 m は正の整数に限定されます。そのため、そもそも m は 0、1、2、、、の範囲で定義されており m が負の場合について考慮する必要はありません。

弱め合う線、強め合う線は曲線になり振る舞いが難しいので、今回のように「OB 上を通る」などの条件がある場合は具体的に曲線上の点と座標 (今回は点 Q の座標 x) を設定してそれを弱め合う線の条件式に代入して調べると数学的に処理できて分かりやすいと思います。

$x=\frac{9-(m+\frac{1}{2})^2}{2m+1}\lambda$ について、OB 間を通るという条件から

$$0 \leq x \leq 4\lambda$$

$0 \leq \frac{9-(m+\frac{1}{2})^2}{2m+1}\lambda \leq 4\lambda$ として、 λ が消去できるので m についての不等式とみて整数 m

の存在範囲を調べることもできますが、関数の形的に面倒そうなので、解説の解き方のように具体的にいくつか整数 m を代入して調べていくのがよいと思います。