

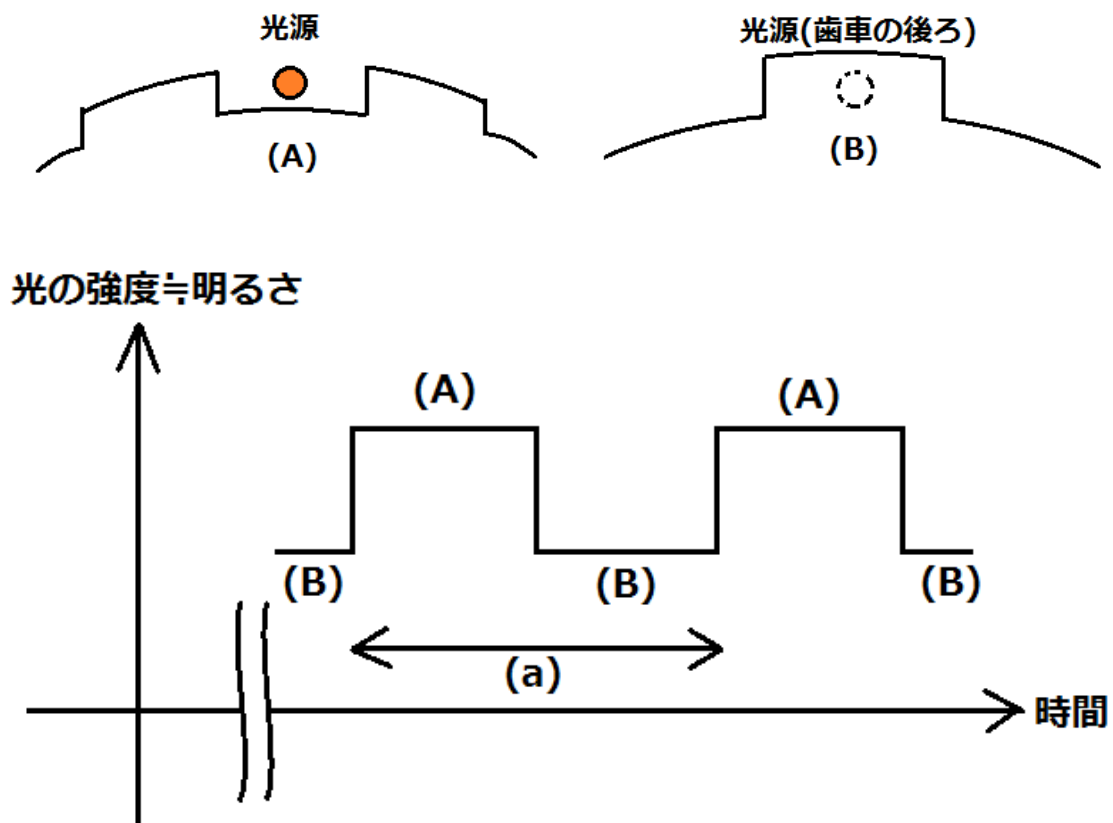
Q. (名問の森(波動) p.212 213 問題 73(3))

解説の図などがよく分かりません。

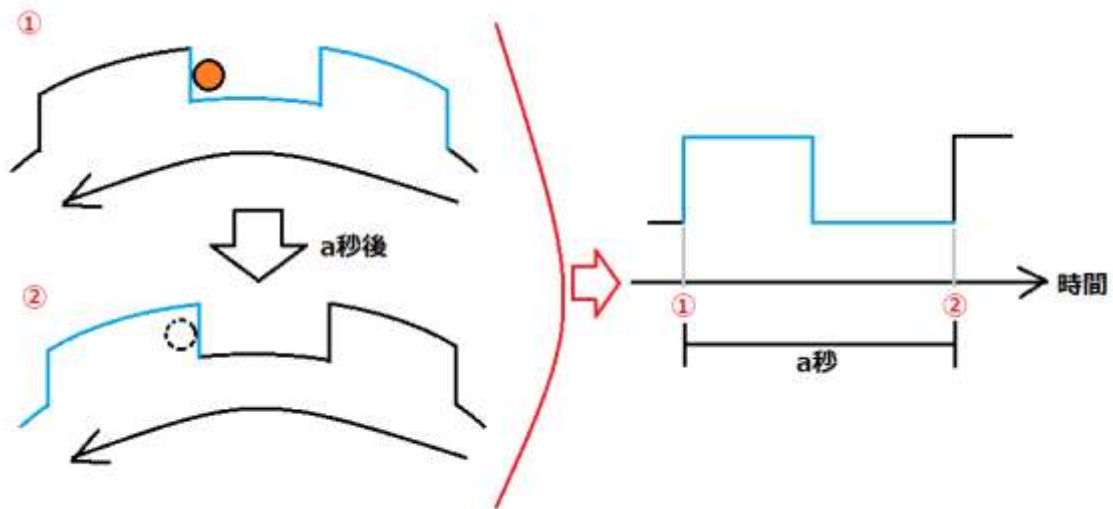
A. 改めて問題を振り返り、新たな図を加えながら解説を行います。なお、(3)の解説は4ページ以降にあります。

(1)

まずは光の強度グラフ(問題の図2)が、なぜ凹凸の形になるのかを考えましょう。ここで光の強さというのは、単純に光の明るさと捉えて構いません。明るい光と暗い光が周期的に観測される原因は、歯車にあります。歯車が光を遮らないときには明るい光が、歯車が光を遮るときには暗い光が観測されます。



このグラフの横軸は時間ですので、 a は時間の長さを表していることを意識してください。



上図の①から②の状態に至るまでの時間が a 秒ということが分かっています。
 歯車には200枚の歯があるので、凸凹が200ずつあります。したがって歯車が1回転するのに $200a$ 秒かかることが分かります。

回転数とは、1秒あたり何回転するかを表しますので、1回転を $200a$ 秒で割ることで求められます。つまり回転数を f とすると

$$f = \frac{1}{200a} [\text{回転/秒}]$$

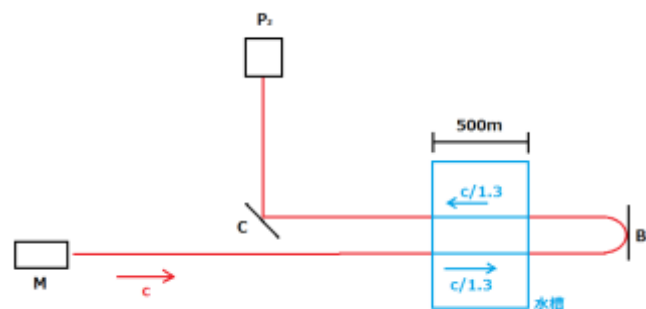
となります。ここで、 a はグラフの4目盛り分です。1目盛りは 5.0×10^{-6} [秒]なので、

$$a = 4 \times 5.0 \times 10^{-6} = 2.0 \times 10^{-5} [\text{秒}]$$

$$\therefore f = \frac{1}{200 \times 2.0 \times 10^{-5}} = 2.5 \times 10^2 [\text{回転/秒}]$$

(2)

水があるときと無いときで、光の強度グラフがどのように変化するか考えます。
 $M \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow P_2$ と進む経路では水槽内を通過します。一般的に水中では空気中よりも光速が遅くなるため、この経路で



は水がある場合、水が無いときに比べて光が M から発せられて P₂ に届くまでの時間が遅くなります。

※人が M→A→B→C→P₂ の経路をたどると考えてみるとイメージしやすいと思います。途中に水という障害物があるとその部分で進む速度が遅くなるため、結局 P₂ にゴールするまでの時間が遅くなります。

水を入れると P₂ に到着するのが遅れるので、強度グラフは水が無いときよりも右にずれます。

また何目盛りずれるかというのは、「どれほど P₂ に到着するのが遅れるか」を求めれば分かります。

水があるときと無いときで、経路 M→A→B→C→P₂ にかかる時間の違いは、水槽内 500m の往復にかかる時間です。水の屈折率は 1.3 なので、水中の光速は $\frac{c}{1.3}$ となります。したがって水があるときの水槽内の往復時間は、

$$\frac{500 \times 2}{\frac{c}{1.3}} = 1.3 \times \frac{500 \times 2}{c}$$

また水が無いときの水槽内の往復時間は

$$\frac{500 \times 2}{c}$$

したがって水がある時と無い時の時間差は

$$1.3 \times \frac{500 \times 2}{c} - \frac{500 \times 2}{c} = (1.3 - 1) \times \frac{500 \times 2}{c} = 1.0 \times 10^{-6} [\text{秒}]$$

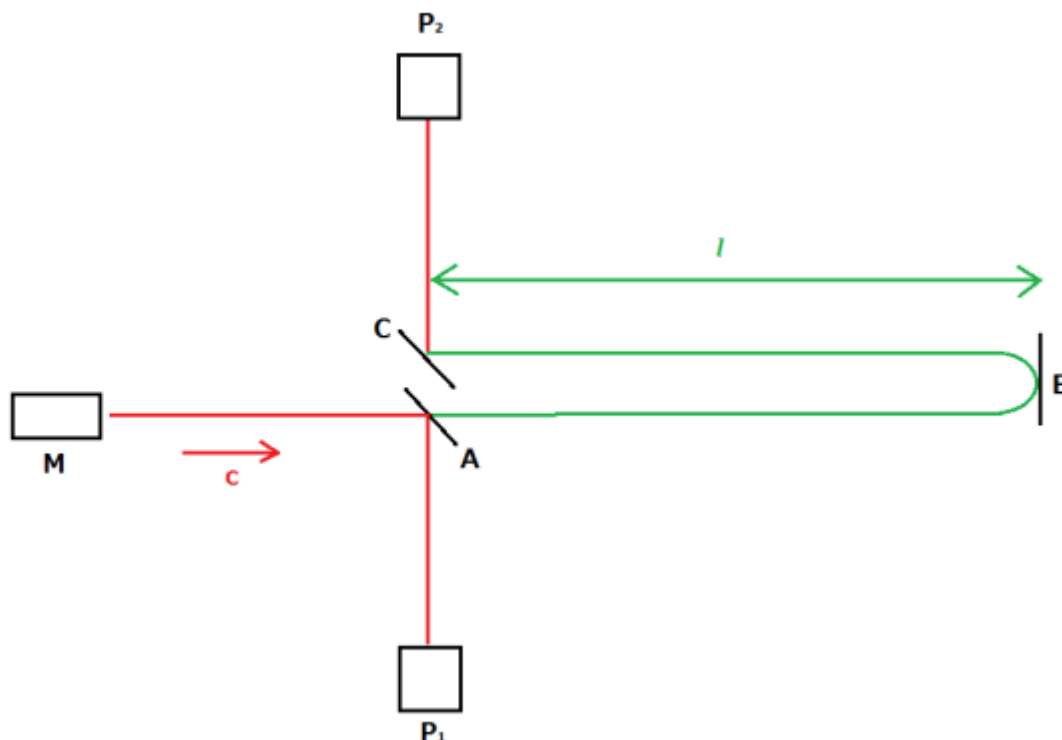
解答ではグラフの目盛り数で答えなければなりません。強度グラフの 1 目盛りは 5.0×10^{-6} [秒/目盛り] なので、

$$\frac{1.0 \times 10^{-6}}{5.0 \times 10^{-6}} = 0.2 [\text{目盛り}]$$

結局、水を入れると破線のグラフは右に 0.2 目盛りずれることとなります。

(3)

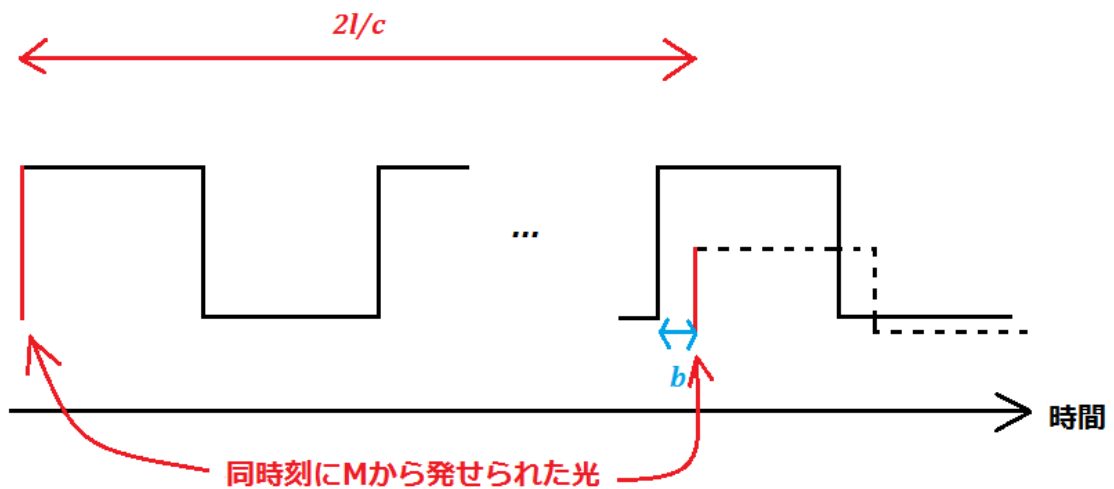
まず、 b というずれがどのようにして生じるのか考えましょう。 b は P_1 (実線)において(1)の状態①になる時間と、 P_2 (破線)において(1)の状態①になる時間の差を表しています。



b という時間差が生じる原因は経路の差です。

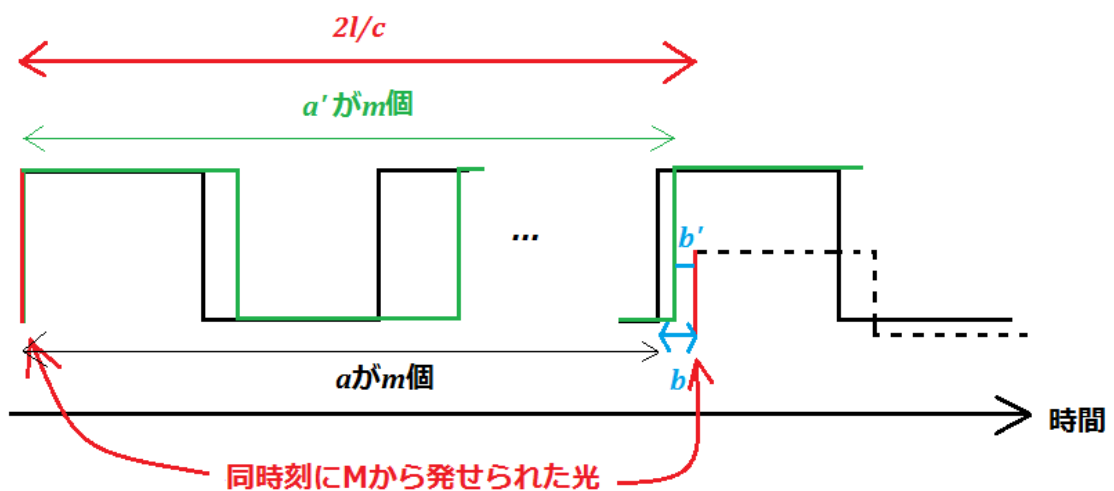
経路 $M \rightarrow A \rightarrow P_1$ (これを経路 1 とします) に対して経路 $M \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow P_2$ (これを経路 2 とします) は $2l$ だけ長いです(図の緑線)。そのため、 M から同時に発せられた光は、異なる時間でそれぞれ P_1, P_2 に届きます。その時間差は、経路差 $2l$ を光速 c で割れば求められ、 $\frac{2l}{c}$ です。

ここで注意したいのが、 b が経路 1 と経路 2 の時間差(すなわち $2l/c$)そのものを表しているとは限らないことです。



実際には図のように同時刻に M から発せられた光は、 P_1 (実線)と P_2 (破線)でそれぞれ赤線の部分で観測された可能性があります。ですから即座に $b = 2l/c$ としてはいけません。

この時間差 $2l/c$ は、経路差と光速だけに依存しますから、歯車の回転数を変えても時間差は変わりません。このことが(3)を解く上で重要なポイントになります。



黒実線が、歯車の回転数を変える前の P_1 で観測される光で、緑実線が、歯車の回転数を変えたときの P_1 で観測される光です。時間差 $2l/c$ の中に黒線、緑線両者の明暗パターンはともに m 個あるとします。

上の図より、

【歯車の回転数を変える前】 $2l/c = a \times m + b$ —①

【歯車の回転数を変えた後】 $2l/c = a' \times m + b'$ —②

まずは①=②として m の値を求めます。 $a = 4.0, a' = 5.0, b = 1.6, b' = 0.6$ を代入し

て

$$4.0 \times m + 1.6 = 5.0 \times m + 0.6$$

$$\Leftrightarrow m = 1$$

これを①(②でも可)に代入して l を求めます。

$$\frac{2l}{c} = 4.0 \times 1 + 1.6$$

$$\Leftrightarrow l = \frac{(4.0 \times 1 + 1.6) \times c}{2}$$

$c = 3.0 \times 10^8 [m/s]$ を代入して

$$l = \frac{(4.0 \times 1 + 1.6) \times 3.0 \times 10^8}{2} = 4.2 \times 10^3 [m]$$

この問題でのポイントは、条件(水槽の有無、歯車の回転数)が変化することによってグラフがどのように変化するかをイメージできることです。