

Q. (標準問題精講 3 p.152 例題 65)

解説の補助をお願いします。

A. (1) はベクトルと図形の問題なので、解けたとして話を進めます。

(1) で x, y はともに t の関数として表すことができたので、 t を使って (2) を考えていきます。

まず、Q の描く曲線の概形は、 x, y をそれぞれ t で微分して増減表を用いて描きます。

$0 < t < \pi$ と、 $\pi < t < 2\pi$ が x 軸対称であることに気付ければ、計算は楽になると思います。

解答ではいきなり積分の式を出して計算していますが、以下でその求め方について述べます。

曲線の上半分の面積 $\frac{S}{2} = \int_0^{-2} y dx$ である。ここで、 $\frac{dx}{dt} = \sin t \cos t - (1 - \cos t) \sin t = -\sin t + 2 \cos t \sin t$ であり、

$x: -2 \rightarrow 0$ のとき、 $t: \pi \rightarrow 0$ なので、 $\frac{S}{2} = \int_0^{-2} y dx = \int_0^\pi y \frac{dx}{dt} dt$ となります。

解答にあるようにこの式をいきなり書くのではなく、このように求め方まで書くべきです。