

Q. (基礎問題精講 2B p105 演習 63)

例題の別解の方法で解くと範囲が $-\frac{\pi}{4} \leq \frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2} + \beta \leq \pi$ と、 $-\frac{5}{4}\pi \leq \frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2} - \beta \leq 0$ となり、それぞれの範囲の中で0となる値が0と π 、 $-\pi$ と0 の2つ存在してしまいます。

A. 途中過程が不明ですので、断定はできませんが、それぞれ2つずつ、合計4つの値が出てきても特に問題ないと思われます。

まず、

$$\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2} + \beta = 0$$

となる場合は、これを解いて

$$\beta = \frac{\alpha}{2} - \frac{\pi}{4} \cdots \cdots \textcircled{1}$$

となりますので、問題集の解答と同じものの一つが得られます。

次に、

$$\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2} + \beta = \pi$$

となる場合は、

$$\beta = \frac{3\pi}{4} + \frac{\alpha}{2} \cdots \cdots \textcircled{2}$$

となり、問題集の解答にないものが含まれてしまうことになります。

同様に、

$$\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2} - \beta = -\pi$$

となる場合は、

$$\beta = \frac{5\pi}{4} - \frac{\alpha}{2} \cdots \cdots \textcircled{3}$$

となりますので、問題集の解答と同じものの一つが得られます。

次に、

$$\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2} - \beta = 0$$

となる場合を考えると、

$$\beta = \frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2} \cdots \cdots \textcircled{4}$$

となり、問題集の解答にないものが含まれてしまうことになります。

ここで、問題集の解答にない②④が出てきたのでおかしいと思われたかもしれません。し

かし、 $\frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq \pi$ 、 $0 \leq \beta \leq \pi$ の範囲を考慮すると、②を満たす α 、 β は

$$\alpha = \frac{\pi}{2}, \quad \beta = \pi \cdots \cdots \textcircled{5}$$

の場合に限られることが分かります。また、③に $\alpha = \frac{\pi}{2}$ を代入すると、 $\beta = \pi$ となり、⑤すなわち②は特殊な場合として③に含まれていることとなります。

また、同様にして④を満たす α 、 β は

$$\alpha = \frac{\pi}{2}, \quad \beta = 0 \cdots \cdots \textcircled{6}$$

の場合に限られることが分かります。また、①に $\alpha = \frac{\pi}{2}$ を代入すると、 $\beta = 0$ となり、⑥すなわち④は特殊な場合として①に含まれていることとなります。

よって、求める α 、 β の関係は、①と③に集約されることになり、問題集の解答と一致することとなります。