

Q. (標準問題精講 3 p65 演習 25(1))

解答で証明できている理由が分かりません。

A. 問題文の「 $f(a) > a$ あるいは $f(a) < a$ であるような a が区間 $(0,1)$ に存在すること」を示すには、「 $f(a) > a$ あるいは $f(a) < a$ であるような a が区間 $(0,1)$ に存在しないこと」を否定すればよい。

「 $f(a) > a$ あるいは $f(a) < a$ であるような a が区間 $(0,1)$ に存在しない」とは、

「区間 $(0,1)$ で常に $f(x)$ の x に何を入れても、常に $f(x) > x$ にも $f(x) < x$ にもならない」すなわち、「区間 $(0,1)$ で $f(x) = x$ であること」

であるから、これを否定すればよい。

$f(x) = x$ とすると $f'(x) = 1 = (\text{定数})$

となり矛盾するので、このことは簡単に否定できる。

よって(1)の解答で証明できている。