

Q. (基礎問題精講 2B p159 演習 101(2))

絶対値の場合分けで $a > 0$ の時、なぜ $0 < a \leq 1$ の場合と $1 < a$ の場合の2つに分けなければならないのかが分かりません。

A. 被積分関数は $|(x-a)(x-1)|$ ですので、 $y = |(x-a)(x-1)|$ とおきます。

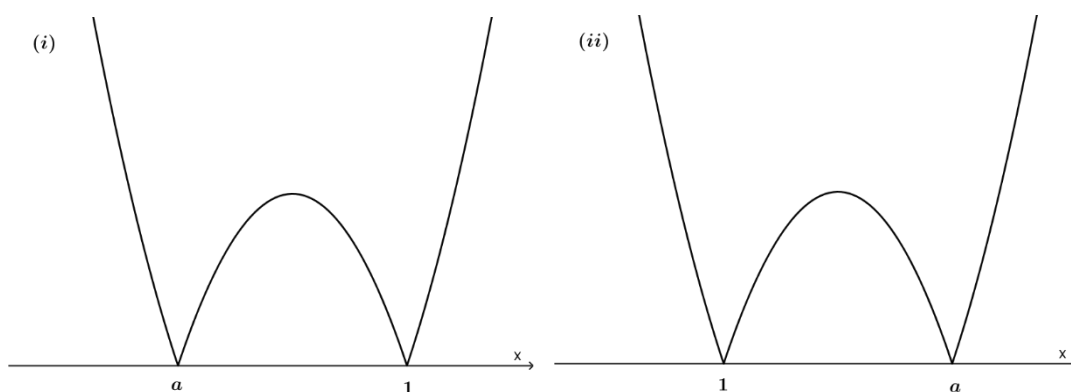
この関数と x 軸との共有点は、

$$|(x-a)(x-1)| = 0$$

$$(x-a)(x-1) = 0$$

$$\therefore x = a, 1$$

となりますので、この関数の形は大まかに次の二通りとなります。



関数が上記二通りのどちらであるかによって積分計算の仕方が全く異なりますので、場合分けをする必要があります。

(i)のような位置関係になるのは $a \leq 1$ のときであり、

(ii)のようになるのは $1 < a$ のときです。問題文の条件 $a > 0$ を考慮すると、

(i) $0 < a \leq 1$ 、(ii) $1 < a$ と場合分けをすれば良いことがわかります。

定積分の計算では一般に、 x 軸との共有点や、関数どうしの共有点、積分区間(境界線)などの位置関係が変わるときに場合分けをする必要があります。