

Q. (標問 2B p136 62)

直線の通過領域の一般的な求め方とその発想について、解説をお願いします。

A. 領域の問題の解き方は基本的に 2 通り存在します。

一つ目は解答に描かれているような、 $x$   $y$  の両方を固定して別のパラメーター  $q$  の存在条件から  $x$   $y$  の条件を求める方法です。これを逆像法といいます。

二つ目は別解 1 で書かれているような、 $x$  を固定、 $y$  だけ動かして、 $x$  を場合分けし、それぞれの  $x$  における  $y$  の値域を考えていく方法です。これを順像法といいます。

まず逆像法について。

これは  $x$   $y$  とは別のパラメーターの存在条件を考えなければいけないのですが、最初のみまだとパラメーターが  $p$   $q$  の二つあるのでどちらかを消去してもう一方に情報を移さなければなりません。今回は  $p$  を消去して、 $p$  の条件をしっかりと  $q$  に反映しています。

あとは軸の位置で場合分けしながら、二次関数の解の存在条件を考えていくだけです。

次に順像法について。

$X$  だけを固定して  $y$  を  $q$  の関数とみることがポイントです。この際もパラメーターを  $p$   $q$  2 つから  $q$  だけに移す作業は逆像法と同様に必要になります。

あとは軸の位置で場合分けしながら、 $y$  の値域を  $x$  で表していきます。すると  $x$  と  $y$  の関係式が導かれます。

軌跡の問題は最初慣れるまではすごく難しいと感じてしまうと思います。

ただ、実際パターンがわかっしまえば、結局は解の配置などに帰着できてしまうので、むしろ解きやすい問題になってくると思います。

考え方のポイントとしては、最終目標は  $x$  と  $y$  の関係式をだすことであるので、それを導くためにほかの文字 ( $p$ ,  $q$  など) を逆に変数としてみて、 $x$   $y$  の条件を考える必要がある、という発想で考えると理解しやすくなると思います。