

Q. (標準問題精講 2B p303 標問 135)

x を 3 の剰余類で場合分けする理由が分かりません。

[回答者の頭の中]

x を 3 の剰余項で場合分けする。これは 5 で場合分けしてもよい。 $\frac{x}{3} + \frac{y}{5} = m$ を式変形させると $y = 5m - \frac{5x}{3}$ となる。x が整数値 y が整数値の時に格子点となるので、x で切って考えていくな、3 の剰余項で場合分けが必要である。Y で切っていくな、5 の剰余項で場合分けしていけばよい。

[解説]

(1) 研究を参考に 3 で場合分けすると $x=3k$ 上では $5(m-k)+1$ 個

$x=3k-1$ 上にある格子点は $5(m-k)+2$ 個

$x=3k-2$ 上にある格子点は $5(m-k)+4$ 個である。この総数を Σ を使って足し合わせれば答えが出る

(2) これは $n-z=m$ と置き換えられるかどうかである。 $0 \leq z \leq n$ であるからこの範囲において m を足し合わせてあげればよい。