Q．（数 2B 標準問題精講.演習 4-2）
変形の仕方がよく分かりません。

A．4－2 の解答に沿って説明を加えていきます。
まず 1 行目から 3 行目の変形は後々使うことになる式変形なので、とりあえず飛ばします。
5 行目から 7 行目の式変形は与式をΣを用いて書き直しています。
次に 7 行目から 8 行目にかけての式変形に用いるのが、最初の 3 行の式変形です。
この最初の 3 行の式変形は、まず nCk を分数で書き直してから、(k+1)k!=(k+1)!と式変形できます。すると n+1Ck+1 の分数に近くなり、帳尻合わせとして n+1 で割ります。

n+1Ck+1 への変形は思いつきにくいかもしれません。
ただ、考えてほしいのはやはり二項定理の利用です。Σの中にコンビネーション C と何かの k 乗が含まれていたらほぼ間違いなく二項定理が使えます。これはしっかり覚えておきましょう。
今回は k 乗ではなく、k＋1 乗なのでコンビネーションの部分にも k＋1 が出てこないとだめだろうな、と推測を立てられると最初の 3 行の式変形は思いつきやすくなると思います。

ここまで来たら、8 行目からの式変形は二項定理に結び付けるだけです。このとき n+1C0 の項が含まれていないことに注意しなければいけません。
不安だったら、一度Σの中身を具体的に書き出して考えるとミスが減ります。
二項定理への当てはめには慣れが必要なので、わからないうちは二項定理の基本の式(x+1)^n を書き出してからそれに当てはめる感じで考えると分かりやすいでしょう。