聖マリアンナ 2013 物理

配点

$\boxed{1}$ 各２点（１×２０）
$\boxed{2}$ ［１］～［３］各５点［４］［５］各６点（５×３＋６×２）
$\boxed{3}$ 各２点（２×１５）
$\boxed{4}$ ［１］５点［２］～［４］各６点（５＋６×３）

$\boxed{1}$

原則１．万有引力と重力加速度　→　〔1〕に利用

質量 m [kg] と M [kg] の 2 つの物体が距離 r [m] 離れているとき、2 物体間に働く万有引力の大きさ F [N] は、次式で表される。

$$F = G\frac{Mm}{r^2} \quad \cdots\cdots①$$

ここで、G は万有引力定数（ $G = 6.67 \times 10^{-11}$ [N・m^2/kg^2] ）である。

なお、地表での重力加速度を g (= 9.8 [m/s^2])、地球の半径を r [m] 、地球の質量を M [kg] とすると、質量 m [kg] の物体に働く重力 $F = mg$ [N] と式①が等しくなり、以下の各関係式を得る。

$$F = mg = G\frac{Mm}{r^2} \quad \rightarrow \quad g = \frac{GM}{r^2} \quad \cdots\cdots② \quad , \quad M = \frac{gr^2}{G} \quad \cdots\cdots③$$

原則２．波の基本式、波の種類　→　〔2〕に利用

波の速さ V 、振動数 f （周期 T ）、波長 λ の間には、次の関係式が成り立つ。

$$V = f\lambda \ \left(V = \frac{\lambda}{T} \right)$$

なお、媒質の振動方向が波の進行方向に対して直角である波を横波と呼び、媒質の振動方向が波の進行方向と同じである波を縦波（または、疎密波）と呼ぶ。例えば、光（電磁波）は横波であり、音（音波）は縦波である。

原則３．ファラデーの電磁誘導の法則　→　〔3〕に利用

コイルに流れる電流の変化により、コイルを貫く磁束が変化し、コイル自身に起電力（電圧）が誘起される現象を自己誘導と言う。N 回巻きのコイルに生じる誘導起電力（電圧）は、次式のように、このコイルを貫く磁束 Φ の時間変化の N 倍に相当する大きさを持ち、磁束の変化を妨げる向きに働く。次式で表される法則をファラデーの電磁誘導の法則と言

い、磁束の変化を妨げる向きに誘導起電力が生じることをレンツの法則と言う。なお、このレンツの法則により、コイルを流れる電流が急激に変化することはない。

$$V = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \cdots\cdots①$$

また、コイルの自己インダクタンス L [H] とコイルを流れる電流 I の時間変化 $\frac{\Delta I}{\Delta t}$ を用いれば、①式は

$$V = -L\frac{\Delta I}{\Delta t} \cdots\cdots②$$

と表すことができる。
なお、コイルに蓄えられる磁気エネルギー U [J] は、

$$U = \frac{1}{2}LI^2 \cdots\cdots③$$

となる。

原則４．ソレノイドコイルについて　　　→　〔3〕に利用

長さが l [m] 、断面積が S [m^2] 、透磁率が μ [N/A^2] で単位長さあたりの巻き数が n [回/m]のソレノイドコイルに電流 I [A] を流したとき、ソレノイドコイルの内部に生じる磁場の強さ H [A/m] と磁束密度 B [T] は、次の 2 式で表される。

$$H = nI$$

$$B = \mu H = \mu nI$$

よって、ファラデーの電磁誘導の法則より、このソレノイドコイルに生じる誘導起電力（電圧）は、

$$V = -nl \times \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -nl \times \frac{\Delta(BS)}{\Delta t} = -nlS \times \frac{\Delta B}{\Delta t} = -\mu n^2 lS \times \frac{\Delta I}{\Delta t}$$

と表される。したがって、自己インダクタンスは、

$$L = \mu n^2 lS$$

となる。

原則５．熱容量と比熱　　　→　〔4〕に利用

質量 m [g] のある物質の温度を Δt [K] 上昇させるのに必要な熱量が Q [J] であり、熱容量が C [J/K] 、比熱が c [J/g·K] であるとき、次式が成り立つ。

$$Q = C\Delta t = mc\Delta t$$

上式からわかるように、比熱は物質の種類や状態のみで決まる定数である。

〔1〕

【方針】

「質量をもつ物体の間には常に引力がはたらく」と言う文言より、本問は万有引力の法則に関する設問であると気づく。したがって、「原則１．万有引力と重力加速度」の知識を利用して順に解いてゆく。

【解説】

（①・②・③・④）

「原則１．万有引力と重力加速度」より、解答は、①：万有引力、②：$G\frac{Mm}{R^2}$ 、③：mg 、④：$\frac{gR^2}{G}$ である。

（⑤）

前問の式（$M=\frac{gR^2}{G}$）に、各数値を代入すると、

$$M=\frac{gR^2}{G}=\frac{9.8\times(6.4\times10^6)^2}{6.7\times10^{-11}}=59.9\times10^{23}\fallingdotseq 6.0\times10^{24}\ [\mathrm{kg}]\ \cdots\cdots(\text{答})$$

となる。

〔2〕

【方針】

「空気中の密の部分の繰り返し間隔」＝波長であると気が付く。この点を踏まえて、「原則２．波の基本式、波の種類」の知識などを利用して順に解いてゆく。

【解説】

（⑥・⑦・⑨・⑩）

「原則２．波の基本式、波の種類」の知識などより、解答は、⑥：媒質、⑦：縦、⑨：音色、⑩：位相である。

（⑧）

音波は、空気などの媒質の中を縦波（疎密波）として伝わり、その 1 波長は隣り合う密な部分の間隔に等しい。波長を $\lambda\,[\mathrm{m}]$ とおくと、空気中の音速は $340\ \mathrm{m/s}$ で、振動数は $2000\ \mathrm{Hz}$ であるから、波の基本式より、次式のようになる。

$$2000\times\lambda=340 \qquad \therefore\ \lambda=\frac{340}{2000}=0.17\ [\mathrm{m}]=17\ [\mathrm{cm}]\ \cdots\cdots(\text{答})$$

〔3〕

【方針】

「…コイル自身に起電力が誘起される」と言う文言より、ファラデーの電磁誘導の法則などに関連した設問であると気づく。したがって、「原則３．ファラデーの電磁誘導の法則」や「原則４．ソレノイドコイルについて」の知識を利用して順に解いてゆく。

【解説】

（⑪・⑫・⑬）

「原則３．ファラデーの電磁誘導の法則」より、解答は、⑪：自己誘導、⑫：自己インダクタンス、⑬：H（ヘンリー）である。

（⑭）

「原則４．ソレノイドコイルについて」より、$L=\mu n^2 lS$ である。よって、断面積を大きくすると、自己インダクタンスは大きくなる。ゆえに、解答は、⑭：「大き」である。

（⑮）

「原則３. ファラデーの電磁誘導の法則」より、コイルに蓄えられる磁気エネルギー U [J] は、

$$U=\frac{1}{2}LI^2=\frac{1}{2}\times 0.2\times 0.1^2=1.0\times 10^{-3}\ [\mathrm{J}]\ \cdots\cdots(答)$$

となる。

〔4〕

【方針】

「異なる温度の物体を接触させておくと，やがて両者の温度は等しくなる」と言う文言より、熱に関連した設問であると気づく。したがって、「原則５．熱容量と比熱」の知識などを利用して順に解いてゆく。

【解説】

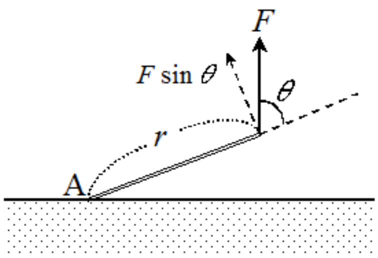
「原則５．熱容量と比熱」の知識などより、解答は、⑯：熱平衡、⑰：熱、⑱：熱量、⑲：熱容量、⑳：比熱である。

2

原則6．力のモーメント　　　　→　〔2〕～〔5〕に利用

力のモーメントは、物体を回転させる力の能率を表す量である。例えば、下図に示すような点Aのまわりの力のモーメント N [Nm] は、次式で表される。ただし、F [N] は力、r [m] は点Aから力の作用点までの距離、θ [rad] は点Aから力の作用点までの向きと力の向きのなす角である。

$$N = Fr\sin\theta$$



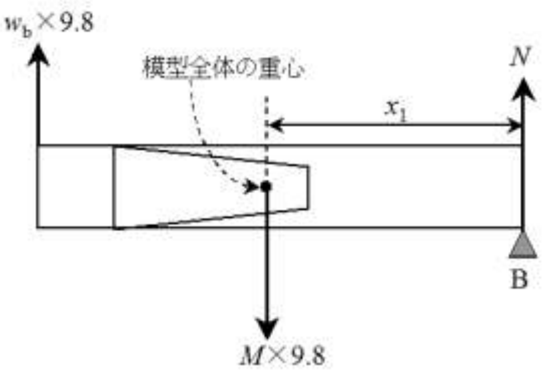
（図はWEB上で見つからなかったため自作）

〔1〕

【方針】

問題文および図 1 (a)・(b) より、鉛直方向の力のつり合いを考えればよいことに気づく。また、くさびBにかかる重力の大きさ（剛体模型からくさびBが受ける力の大きさ）と、くさびBから剛体模型が受ける力の大きさは、作用反作用の法則により等しくなる。よって、剛体模型に作用する力について、力のつり合いの式を立てて、剛体模型がくさびBから受ける力を求めればよい。

【解説】



（図はWEB上で見つからなかったため自作）

くさびBから剛体模型が受ける力の大きさを F [N] とおくと、鉛直方向の力のつり合いより、次式が得られる。

$$M \times 9.8 = w_b \times 9.8 + F \qquad \therefore\ F = (M - w_b) \times 9.8$$

よって、作用反作用の法則により、くさびBにかかる力の大きさは F に等しいので

$(M - w_{\mathrm{b}}) \times 9.8$ [N] ……(答)

〔2〕・〔3〕

【方針】

問題文および図1 (a)・(b) より、重心の位置を求めるには、くさびBのまわりの力のモーメントのつり合いを考えればよいことに気づく。この点を踏まえて、「原則6．力のモーメント」の知識などを利用して順に解いてゆく。

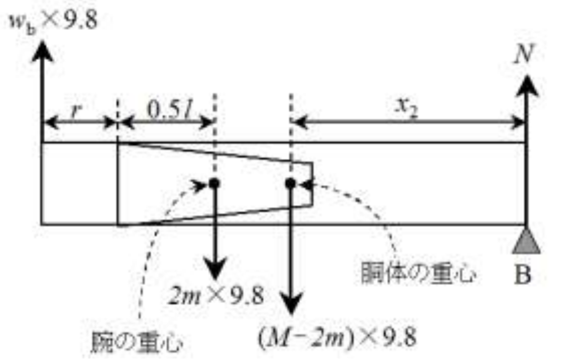
【解説】

〔2〕

くさびBから剛体模型全体の重心までの距離を x_1 [m] とおくと、くさびBのまわりの力のモーメントのつり合いより、次式が得られる。

$M \times 9.8 \times x_1 = w_{\mathrm{b}} \times 9.8 \times L \qquad \therefore\ x_1 = \frac{w_{\mathrm{b}}}{M} L$ [m] ……(答)

〔3〕



（図はWEB上で見つからなかったため自作）

くさびBから胴体の重心までの距離を x_2 [m] とおくと、くさびBのまわりの力のモーメントのつり合いより、次式が得られる。

$$(M - 2m) \times 9.8 \times x_2 + 2m \times 9.8 \times (L - r - 0.5l) = w_{\mathrm{b}} \times 9.8 \times L$$

$$(M - 2m)x_2 = (w_{\mathrm{b}} - 2m)L + 2m(r + 0.5l)$$

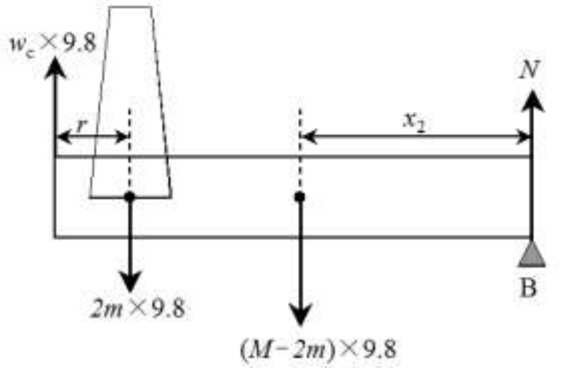
$$\therefore\ x_2 = \frac{(w_{\mathrm{b}} - 2m)L + 2m(r + 0.5l)}{M - 2m}\ [\mathrm{m}]\ \text{……(答)}$$

〔4〕

【方針】

図1 (c) は、図1 (b) と比べると腕の重心の位置が $0.5l$ 移動しているので、くさびBのまわりの力のモーメントのつり合いを考えると、〔3〕とは異なる式が得られることに気づく。この点に着目して、「原則6．力のモーメント」の知識などを利用して解いてゆく。

【解説】



（図は WEB 上で見つからなかったため自作）

くさび B のまわりの力のモーメントのつり合いより、次式が成り立つ。

$$(M-2m)\times 9.8\times x_2+2m\times 9.8\times (L-r)=w_c\times 9.8\times L$$

よって、〔3〕の答を用いて、x_2 を消去すると、次式が得られる。

$$w_cL=w_bL+ml \qquad \therefore\ m=\frac{(w_c-w_b)L}{l}\ [\mathrm{kg}]$$ ……(答)

与えられた数値を代入すると

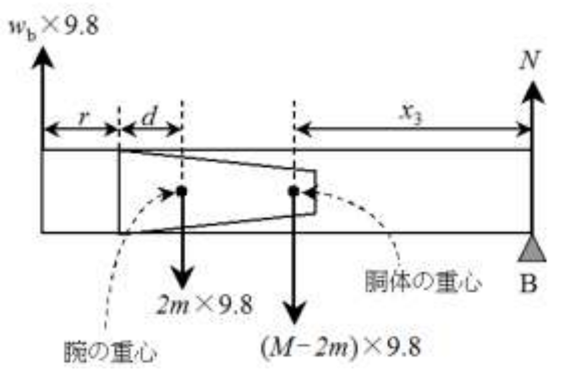
$$m=\frac{(w_c-w_b)L}{l}=\frac{(31.1-30.2)\times 1.65}{0.75}=1.98\ [\mathrm{kg}]$$ ……(答)

〔5〕

【方針】

図 1 (b) の状態に関して、〔3〕で求めた胴体の重心の位置 x_2 は、S から $0.5l$ の位置に腕の重心があるとして求めたものなので、本問では利用できないことに気づく。この点を踏まえて、「原則 6．力のモーメント」の知識などを利用して解いてゆく。

【解説】



（図は WEB 上で見つからなかったため自作）

くさび B から実際の胴体の重心までの距離を x_3 [m] 、図 1 (b) の状態における実際の腕の重心と軸 S の間の距離を d とおくと、〔3〕の x_2 を x_3 、$0.5l$ を d に置き換えればよいから、力のモーメントのつり合いより、次式が得られる。

$$(M-2m)\times 9.8\times x_3+2m\times 9.8\times (L-r-d)=w_{\mathrm{b}}\times 9.8\times L$$

また、図 1 (c) の状態での力のモーメントのつり合いの式は、〔4〕と同様にして

$$(M-2m)\times 9.8\times x_3+2m\times 9.8\times (L-r)=w_{\mathrm{c}}\times 9.8\times L$$

となるから、これらの 2 式を連立して、$(M-2m)\times 9.8\times x_3$ を消去すると

$$w_{\mathrm{c}}\times 9.8\times L-2m\times 9.8\times (L-r)+2m\times 9.8\times (L-r-d)=w_{\mathrm{b}}\times 9.8\times L$$

$$d=\frac{(w_{\mathrm{c}}-w_{\mathrm{b}})L}{2m}=\frac{(31.1-30.2)\times 1.65}{2\times 2.20}=\frac{27}{80}$$

$$\therefore\ \frac{d}{l}=\frac{\frac{27}{80}}{0.75}=\frac{27\times 4}{80\times 3}=\frac{9}{20}\ \cdots\cdots(\text{答})$$

$\boxed{3}$

原則７．コンデンサーの電気容量　　　→　$\boxed{3}$ に利用

コンデンサー（平行板コンデンサー）の電気容量 C [F] は、次式により求められる。

$$C = \varepsilon_{\mathrm{r}}\varepsilon_0 \frac{S}{d}$$

なお、ε_{r} は比誘電率、ε_0 [F/m] は真空の誘電率（$= 8.85 \times 10^{-12}$ [F/m] ）、S [m^2] は極板面積、d [m] は極板間隔である。

原則８．コンデンサーの電気量と静電エネルギー　　　→　$\boxed{3}$ に利用

電気容量 C [F] のコンデンサーにかかる電圧が V [V] であるとき、このコンデンサーには次の２式で表される電気量 Q [C] および静電エネルギー U [J] が蓄えられている。

$$Q = CV \quad \cdots\cdots①$$

$$U = \frac{1}{2}CV^2 \quad \cdots\cdots②$$

式①より、式②は以下のようにも表せる。

$$U = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}QV = \frac{Q^2}{2C} \quad \cdots\cdots③$$

①～⑦

【方針】

問題文および図２(a) より、いずれの設問も平行板コンデンサーに関する基本的な問題であると気づく。したがって、「原則７．コンデンサーの電気容量」や「原則８．コンデンサーの電気量と静電エネルギー」の知識を利用して順に解いてゆく。

【解説】

(①・②)

「AB 間の電場（電界）の大きさ」を E [V/m] とおくと、電池の起電力 V と AB 間の電位差が等しいから、$E = \frac{V}{d}$ [V/m] ……(答) となる。

また、静電エネルギーは、$\frac{1}{2}CV^2$ [J] ……(答) となる。

(③)

極板 A には正の電荷が蓄積される。したがって、コンデンサーに蓄積される電気量を Q [C] とおくと、$Q = CV$ [C] ……(答)となる。

(④)

平行板コンデンサーにおける電気容量 C は、極板面積 S に比例し、極板間隔 d に反比例する。よって、d が３倍になれば、C は $\frac{1}{3}$ 倍になる。よって、解答は、$\frac{1}{3}C$ である。

（⑤）

コンデンサーを充電した後、スイッチ S を開いたままで操作をしているから、コンデンサーの極板に蓄積されている電気量 Q は一定値に保たれる。よって、AB 間の電位差を V とおくと、C が $\frac{1}{3}$ 倍になる場合、V は 3 倍になるから、電位差は $3V$ [V] となる。したがって、AB 間における電場の大きさを E' [V/m] とおくと、

$$E' = \frac{3V}{3d} = \frac{V}{d} \text{ [V/m] ……(答)}$$

となる。

（⑥）

静電エネルギーの公式より、次式のようになる。

$$\frac{1}{2} \times \frac{C}{3}(3V)^2 = \frac{3}{2}CV^2 \text{ [J] ……(答)}$$

（⑦）

AB 間の電位差が $3V$ で、B は接地されているから、B の電位は 0 V である。また、極板 A には正の電荷が蓄積されているから、A の電位は B の電位よりも高い。よって、A の電位は $3V$ ……(答) である。

⑧～⑮

【方針】

図 2 (b) より、導体板を挿入することでコンデンサーの実効的な極板間隔は導体板の厚さの分だけ小さくなることに気づく。この点を踏まえて、「原則 7． コンデンサーの電気容量」や「原則 8． コンデンサーの電気量と静電エネルギー」の知識を利用して順に解いてゆく。

【解説】

（⑧）

極板間隔が $3d$ のコンデンサーに厚さが d の導体板が挿入されたとき、静電誘導によって導体板の内部の電場は 0 となるので、極板間隔が $2d$ のコンデンサーと同等になる。ゆえに、電気容量は $\frac{1}{2}C$ ……(答) となる。

（⑨）

コンデンサーの電気量 Q は変化しないので、C が $\frac{1}{2}$ 倍になれば、V は 2 倍になる。よって、AB 間の電位差が $2V$ となるから、A と導体間の電位差は V となる。ゆえに、A と導体間の電界の強さは $\frac{V}{d}$ ……(答) となる。

（⑩）

静電エネルギーの公式より、次式のようになる。

$$\frac{1}{2} \times \frac{C}{2}(2V)^2 = CV^2 \text{ [J] ……(答)}$$

（⑪）

設問⑦と同様に、B は接地されていて、AB 間の電位差が $2V$ であるので、A の電位は $2V$ ……(答) である。

（⑫）

図 2 (b) の状態から導体板を引き抜いたとき、コンデンサーは、電気容量が $\frac{1}{3}C$ 、電位差が $3V$ となる。また、比誘電率が ε_r の誘電体をすきまなく AB 間に挿入すると、電気容量は ε_r 倍になる。ゆえに、電気容量は $\frac{\varepsilon_\mathrm{r}C}{3}$ ……(答) になる。

(⑬)

コンデンサーの電気量 Q は変化しないので、C が ε_r 倍になれば、V は $\frac{1}{\varepsilon_\mathrm{r}}$ 倍になる。よって、AB 間の電位差は $\frac{3V}{\varepsilon_\mathrm{r}}$ となる。ゆえに、「誘電体中の電界（電場）の大きさ」は

$$\frac{\frac{3V}{\varepsilon_\mathrm{r}}}{3d} = \frac{V}{\varepsilon_\mathrm{r}d}\ [\mathrm{V/m}]\ \text{……(答)}$$

となる。

(⑭)

静電エネルギーの公式より、次式のようになる。

$$\frac{1}{2} \times \frac{\varepsilon_\mathrm{r}C}{3}\left(\frac{3V}{\varepsilon_\mathrm{r}}\right)^2 = \frac{3CV^2}{2\varepsilon_\mathrm{r}}\ [\mathrm{J}]\ \text{……(答)}$$

(⑮)

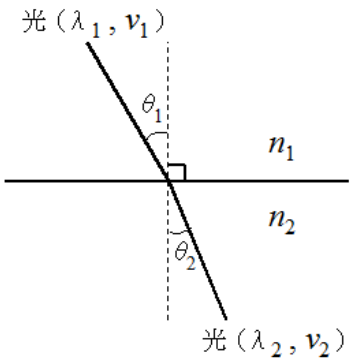
B は接地されていて、AB 間の電位差が $\frac{3V}{\varepsilon_\mathrm{r}}$ であるので、A の電位は $\frac{3V}{\varepsilon_\mathrm{r}}$ ……(答) である。

4

原則９．屈折の法則　　　→　〔1〕～〔4〕に利用

屈折率 n_1 の媒質中および屈折率 n_2 の媒体中を光が進行する場合、その境界面で光は屈折する。このとき、境界面と垂直な面と屈折率 n_1（n_2）の媒質中の光の進行経路がなす角を θ_1（θ_2）、屈折率 n_1（n_2）の媒質中の光の速さと波長をそれぞれ v_1（v_2）と λ_1（λ_2）とすると、次式で表される屈折の法則が成り立つ。

$$\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2}=\frac{v_1}{v_2}=\frac{\lambda_1}{\lambda_2}=\frac{n_2}{n_1}$$



（図は WEB 上で見つからなかったため自作）

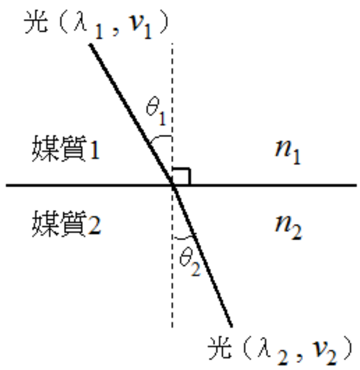
〔1〕・〔2〕

【方針】

いずれの設問も光の屈折率の定義などについて、簡潔に説明する（図 1 では図も描く）必要がある。したがって、「原則９．屈折の法則」の知識を利用して、順に説明文や図を作成してゆく。

【解説】

〔1〕



（図は WEB 上で見つからなかったため自作）

上図のように、媒質 1 から媒質 2 へ光が入射することを考える。入射角を θ_1 、屈折角を θ_2 、媒質 1 の屈折率を n_1 、媒質 2 の屈折率を n_2 とおくと

$$\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

と言う関係式が成り立つ。これを、屈折の法則と言う。

〔2〕

媒質 1 における光の速さを v_1 、波長を λ_1 とおき、媒質 2 における光の速さを v_2 、波長を λ_2 とおくと、屈折の法則は

$$\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

と表すことができる。すなわち、光には媒質が異なると速さや波長が変化する性質があり、そのため屈折が起こる。

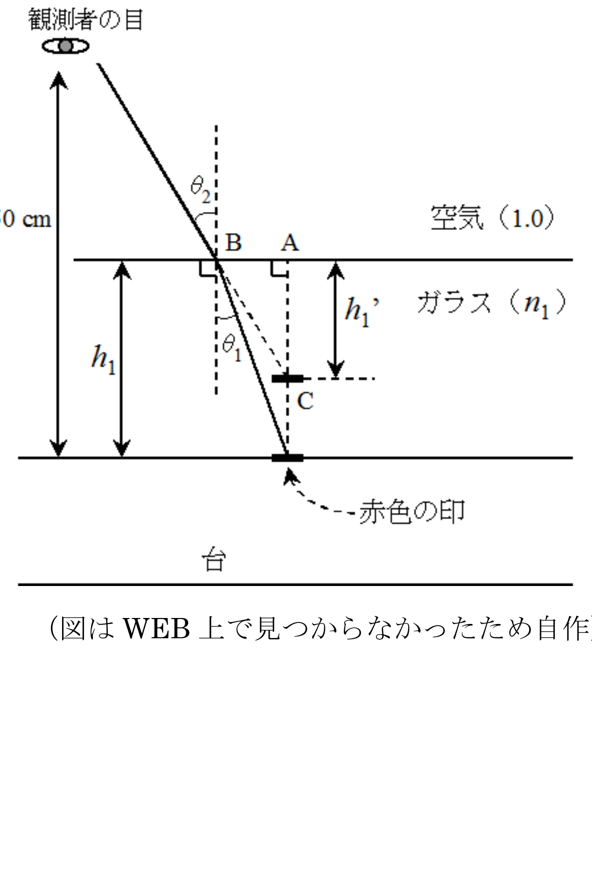
〔3〕

【方針】

「印の真上 50 cm から，印を観察する」と言う文言より、本問では入射角や屈折角は十分小さいので $\sin\theta \fallingdotseq \tan\theta$ と言う近似式が使えることに気づく。この点を踏まえ、「原則９．屈折の法則」の知識を利用して解いてゆく。

【解説】

「原則９．屈折の法則」より、 $n_1 > n_2$ であるとき、$\sin\theta_1 < \sin\theta_2$ すなわち $\theta_1 < \theta_2$ となる。そのため、媒質 2（ n_2 ）内にいる観測者が媒質 1（ n_2 ）内の物体を見たとき、あたかも角度 θ_2 の延長線上に物体があるかのように物体が浮き上がって見える。



（図は WEB 上で見つからなかったため自作）

上図のように、赤色の印からの光は、ガラスと空気の境界 B で屈折して観測者の目に到達するものとする。このとき、入射角を θ_1 、屈折角を θ_2 とおくと、屈折の法則より

$$\frac{n_1}{1.0}=\frac{\sin\theta_2}{\sin\theta_1}\ \cdots\cdots①$$

また、上図のように、赤色の印が浮き上がって見える位置を C、その真上のガラスと空気の境界点を A とする。
AC 間の距離を $h_1{}'$ とおくと

$$\mathrm{AB}=h_1\tan\theta_1=h_1{}'\tan\theta_2 \qquad \therefore\ \frac{\tan\theta_2}{\tan\theta_1}=\frac{h_1}{h_1{}'}\ \cdots\cdots②$$

ここで、観測者は赤色の印の真上から観測しているので

$$\sin\theta_1\fallingdotseq\tan\theta_1\ \ ,\ \ \sin\theta_2\fallingdotseq\tan\theta_2$$

よって、①と②より

$$\frac{n_1}{1.0}=\frac{h_1}{h_1{}'} \qquad \therefore\ h_1{}'=\frac{h_1}{n_1}$$

したがって、目の位置から C までの距離は

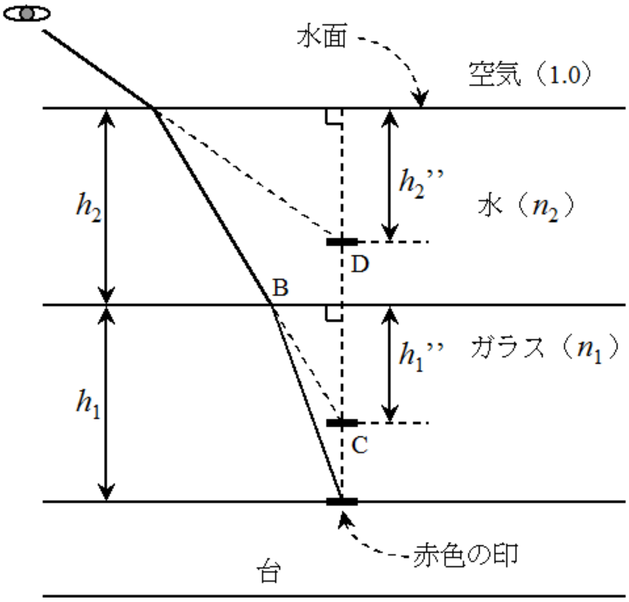
$$50-h_1+h_1'=50-\left(1-\frac{1}{n_1}\right)h_1\ [\mathrm{cm}]\ \cdots\cdots(答)$$

〔4〕

【方針】

「水槽に水（屈折率 n_2 ）を深さが h_2 [cm] になるまで満たした」と言う文言より、赤色の印からの光は観測者の目に入るまでに、屈折を 2 回起こすことに気づく。なお、屈折が 2 回起こるが、設問〔3〕の結果を利用すれば解くことができる。これらの点を踏まえ、〔3〕の結果や「原則９．屈折の法則」の知識を利用して解いてゆく。

【解説】



(図は WEB 上で見つからなかったため自作)

上図のように、ガラスと水の境界における屈折によって赤い印が浮き上がる位置を C、水と空気の境界における屈折によって C が浮き上がる位置を D とおく。また、水面から D までの深さを h_2'' とおく。〔3〕の①と②を用いると

$$\frac{n_1}{n_2}=\frac{h_1}{h_1''} \ , \ \frac{n_2}{1.0}=\frac{h_2+h_1''}{h_2''}$$

$$\therefore \ h_2''=\frac{h_2+h_1''}{n_2}=\frac{h_2}{n_2}+\frac{1}{n_2}\times\frac{n_2}{n_1}h_1=\frac{h_1}{n_1}+\frac{h_2}{n_2}\ [\mathrm{cm}]$$ ……(答)

$\boxed{5}$

原則１０．はねかえり係数　　　　→　$\boxed{5}$に利用

速度 v [m/s] の物体が壁や床のような動かない物体に衝突し、速度 v'[m/s] ではねかえるとき、はねかえり係数 e $(0 \leqq e \leqq 1)$ は、次式で定義される。

$$e = -\frac{v'}{v}$$

なお、$e = 1$ となる衝突のことを完全弾性衝突と言い、$e = 0$ となる衝突のことを完全非弾性衝突と言う。

原則１１．気体の状態方程式と各法則　　　　→　$\boxed{5}$に利用

一般に、体積 V [m^3] 、圧力 P [Pa] 、温度 T [K] 、物質量 n [mol] の気体においては、次式で表される気体の状態方程式が成り立つ。

$$PV = nRT \quad \cdots\cdots ①$$

なお、R は気体定数と呼ばれるもので、$R \fallingdotseq 8.31$ [J/(mol・K)] である。
また、気体の状態方程式より、標準状態（0 ℃ 、1.01×10^5 Pa）での気体 1 mol の占める体積は、気体の種類によらず 22.4 L となる。
ところで、物質量が一定であれば、気体の状態方程式（①式）より、次式で表されるボイル・シャルルの法則が導かれる。

$$\frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2} \quad \cdots\cdots ②$$

また、温度一定の条件下では、②式より、次式で表されるボイルの法則が導かれる。

$$P_1V_1 = P_2V_2 \quad \cdots\cdots ③$$

同様に、圧力一定の条件下では、②式より、次式で表されるシャルルの法則が導かれる。

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \quad \cdots\cdots ④$$

なお、断熱変化においては、圧力、体積について、次の関係式が成り立つ（ただし、自由膨張の場合、次式は成り立たない）。

$$P_1{V_1}^{\gamma} = P_2{V_2}^{\gamma} \text{（} \gamma = \frac{C_{\mathrm{P}}}{C_{\mathrm{V}}} \text{：比熱比）} \cdots\cdots ⑤$$

①～⑤

【方針】

問題文および図 3 より、いずれの設問も気体分子運動論に関する問題であると気づく。ま

た、「このMが壁Aに完全弾性衝突したとする」と言う文言より、はねかえり係数が1であることに気づく。これらの点を踏まえて、「原則１０．はねかえり係数」の知識などを利用して順に解いてゆく。

【解説】

（①）

完全弾性衝突であるから、壁Aに衝突した直後の分子Mの y 方向の速度は $-v$ である。よって、運動量の変化の大きさは、次式のようになる。

$$|m(-v) - mv| = 2mv \ [\mathrm{kg \cdot m/s}] \ \cdots\cdots(答)$$

（②）

Mの速さは $v \ [\mathrm{m/s}]$ であるから、Mは1秒間に $v \ [\mathrm{m}]$ だけ移動する。また、Mは、$2L \ [\mathrm{m}]$ 移動する度に壁Aに衝突するから、その1秒間あたりの衝突回数は、$\frac{v}{2L}$ ……(答) となる。

（③）

設問①、②の結果を用いると、

$$2mv \times \frac{v}{2L} = \frac{mv^2}{L} \ [\mathrm{kg \cdot m/s^2}] \ \cdots\cdots(答)$$

となる。

（④）

3つの各軸に向かう分子数であるから、全体の $\frac{1}{3}$ ……(答) である。

（⑤）

設問④より、壁Aに向かう分子数の合計は $\frac{1}{3}N$ と考えられるので、これらの分子が壁Aから受ける運動量の変化の大きさは、次式のようになる。

$$\frac{m\overline{v^2}}{L} \times \frac{1}{3}N = \frac{mN\overline{v^2}}{3L} \ [\mathrm{kg \cdot m/s^2}] \ \cdots\cdots(答)$$

⑥～⑩

【方針】

気体分子運動論に関する設問群の後半部分である。また、図3より、壁Aの面積（⑥）や立方体内の気体の体積（⑦）は容易に計算できることに気づく。これらの点を踏まえて、「原則１１．気体の状態方程式と各法則」の知識などを利用して順に解いてゆく。

【解説】

（⑥・⑦）

図3より、壁Aの面積は $L^2 \ [\mathrm{m^2}]$ ……(答) で、立方体内の気体の体積 V は $L^3 \ [\mathrm{m^3}]$ ……(答) である。

（⑧）

設問⑤の運動量の変化は、分子に壁Aがおよぼす力（分子が壁Aから1秒あたりに受けた力積）に等しい。また、作用反作用の法則より、この力の大きさは、分子から壁Aが受け

た力の大きさと等しい。したがって、気体の圧力を P [Pa] とおくと、

$$P = \frac{mN\overline{v^2}}{3L} \times \frac{1}{L^2} = \frac{mN\overline{v^2}}{3L^3} = \frac{mN\overline{v^2}}{3V}\ \text{[Pa]}\ \cdots\cdots(答)$$

となる。

（⑨）

シャルルの法則を用いると、次式のようになる。

$$\frac{mN\overline{v^2}}{3P} = kT \qquad \therefore\ T = \frac{mN\overline{v^2}}{3kP}\ \text{[K]}\ \cdots\cdots(答)$$

（⑩）

設問⑨の結果より、P が一定であれば、T は $\overline{v^2}$ に比例する。すなわち、P が一定であれば、T に影響を与えるのは、$\overline{v^2}$ ……(答) のみとなる。