

### 数3 基礎力テスト

#### <複素数平面>

##### 1. 複素数平面の平行四辺形

$\alpha=1, \beta=3-i, \gamma=2+2i$  で表される複素数平面上の点をそれぞれ $A(\alpha), B(\beta), C(\gamma)$ とし、 $D(\delta)$ とする。4点 $A, B, C, D$ が平行四辺形をつくるとき、 $\delta$ を求めよ。(10点)

##### 2. 複素数の積、商と極形式

(1)  $z = \frac{1+i}{\sqrt{3-i}}$  を極形式で表せ。ただし偏角 $\theta$ は $0 \leq \theta < 2\pi$ とする。(6点)

(2) これを利用して $\cos \frac{5}{12}\pi, \sin \frac{5}{12}\pi$  の値を求めよ。(6点)

##### 3. 1のn乗根の性質

(1) 方程式 $z^4 + z^3 + z^2 + z + 1 = 0$  の解を極形式で表せ。(6点)

(2)  $\cos \frac{2}{5}\pi + \cos \frac{4}{5}\pi + \cos \frac{6}{5}\pi + \cos \frac{8}{5}\pi$  の値を求めよ。(6点)

##### 4. 原点を通る直線に関する対称点

複素数平面上に原点と異なる点 $A(\alpha)$ がある。直線 $OA$ に関して $P(z)$ と対称な点を $Q(z')$ とすると、 $z'$ を $\alpha, z$ を用いて表しなさい。(10点)

#### <式と曲線>

5. 放物線、楕円、双曲線それぞれの定義を書き、図を書いて各焦点を導出しなさい。(完答10点)

##### 6. 離心率による2次曲線の定義

$c > 0, e > 0$  のとき、定点 $F(c, 0)$ と $y$ 軸からの距離の比が $e:1$ である点 $P$ の軌跡を求めよ。(10点)

#### <積分>

##### 7. 非回転体の体積 (円柱の切断)

半径1, 高さ2 の直円柱を $\frac{3}{2}$  の高さから底面に向かって底面と $45^\circ$ の角をなす平面で切断するとき、平面より下方にある立体の体積 $V$ を求めよ。(10点)

#### <極限>

8. 区分求積 次の極限を求めよ。

(1)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{n}{4n^2 - k^2}$  (5点) (2)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sqrt[n]{(n+1)(n+2)\dots(n+n)}$  (6点)

##### 9. ロピタルの定理

(1)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{x + \sin x}$  (5点) (2)  $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin x}{x - \pi}$  (5点) (3)  $\lim_{x \rightarrow +0} x \log x$  (5点)