Q．（標準問題精講 2B p19 演習 4-2）
式変形がよくわかりません。

A.

$nC_k = \frac{n!}{(n-k)!k!}$ より

$\frac{nC_k}{k+1} = \frac{n!}{(k+1)\cdot(n-k)!k!} = \frac{n!}{(n-k)!\cdot(k+1)k!} = \frac{n!}{(n-k)!\cdot(k+1)!}$

$= \frac{n!}{(n-k)!\cdot(k+1)!} \times \frac{n+1}{\mathrm{n+1}}$

$= \frac{(n+1)!}{(n-k)!\cdot(k+1)!\cdot(n+1)} = \frac{(n+1)!}{((n+1)-(k+1))!\cdot(k+1)!} \cdot \frac{1}{(\mathrm{n+1})} = n+1C_{k+1} \cdot \frac{1}{(\mathrm{n+1})}$

$= \frac{n+1C_{k+1}}{(\mathrm{n+1})}$ ・・・★

次のページへ続く

与式$={}_{n}C_0 \over 2$ ...

$$\text{与式}=\frac{{}_{n}C_0}{2}+\frac{{}_{n}C_1}{2\cdot 2^2}+\frac{{}_{n}C_2}{3\cdot 2^3}+\frac{{}_{n}C_3}{4\cdot 2^4}+\cdots+\frac{{}_{n}C_n}{(n+1)\cdot 2^{n+1}}$$

$$=\sum_{k=0}^{n}\frac{{}_{n}C_k}{(k+1)\cdot 2^{k+1}}$$

$$\sum_{k=0}^{n}\frac{{}_{n}C_k}{(k+1)\cdot 2^{k+1}}=\sum_{k=0}^{n}\frac{{}_{n}C_k}{(k+1)}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{k+1}=\sum_{k=0}^{n}\frac{{}_{n+1}C_{k+1}}{(n+1)}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{k+1}$$

★$\frac{{}_{n}C_k}{(k+1)}=\frac{{}_{n+1}C_{k+1}}{(n+1)}$より

$$=\sum_{k=0}^{n}\frac{{}_{n+1}C_{k+1}}{(n+1)}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{k+1}\cdot 1^{n-k}$$

1^{n-k}（$=1$）倍しても影響なし

$$=\sum_{k=0}^{n}\frac{{}_{n+1}C_{k+1}}{(n+1)}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{k+1}\cdot 1^{(n+1)-(k+1)}$$

$$=\frac{1}{(n+1)}\sum_{k=0}^{n}{}_{n+1}C_{k+1}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{k+1}\cdot 1^{(n+1)-(k+1)}$$

二項定理を使えるように式変形

$$(a+b)^n=\sum_{k=0}^{n}{}_{n}C_k a^{n-k}b^k$$

n⇒n+1

k⇒k+1

に置き換えている点に注意

$$=\frac{1}{(n+1)}\left[\sum_{k+1=0}^{n+1}\left\{{}_{n+1}C_{k+1}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{k+1}\cdot 1^{(n+1)-(k+1)}\right\}-{}_{n+1}C_0\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{0}\cdot 1^{(n+1)}\right]$$

$$=\frac{1}{(n+1)}\left[\left(\frac{1}{2}+1\right)^{n+1}-{}_{n+1}C_0\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{0}\cdot 1^{(n+1)}\right]$$

$$=\frac{1}{(n+1)}\left\{\left(\frac{3}{2}\right)^{n+1}-1\right\}$$

もともと k=(0 から n まで)だから

k+1=(1 から n+1 まで)である

⇔k+1=(0 から n+1 まで)にして

k+1=0 つまり k= -1 のときを引く

複雑ですがこの式を見ながら追ってみてください。

組み合わせ記号 C を含んだ式変形に二項定理を使うことはよくあります。ですが、なかなか思いつきにくいところではあるので、C やΣ、( )^{n}などの形が出てきたら二項定理の利用を疑ってみてください。

その際、今回のように k の始点と終点の処理にも注意しましょう。Σ記号についている始点と終点と、求めたいものが異なるときは今回のようにずれている項だけを足したり引いたりして求めます。これもよく使うテクニックですので、ミスなく使いこなせるようにしておきましょう。