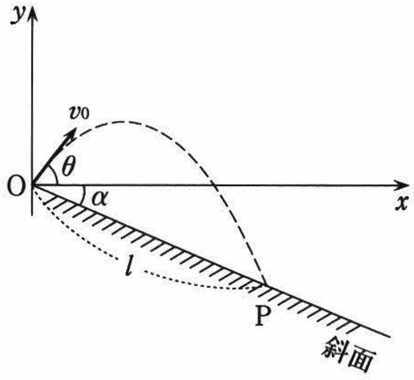
体系物理（発展問題からの出題）確認テスト②

17 斜面上への物体の投射

図のように鉛直面内で，傾斜角がαの斜面上の一点Oからある物体を，投射角（水平とのなす角）θ，初速v_0で投げ上げた。水平方向，鉛直方向にx軸，y軸を図のように定める。ただし，$0° < \alpha < 90°$，$0° < \theta < 90°$，重力加速度の大きさをgとする。



(1) 投げ上げた時刻を$t=0$とし，投げ上げ後の時刻tにおける物体の位置x，yを求めよ。

(2) 斜面上の点の位置を$(x,\ y)$とするとき，xとyの関係を表す式を求めよ。

(3) 物体が斜面に到達した時刻を求めよ。

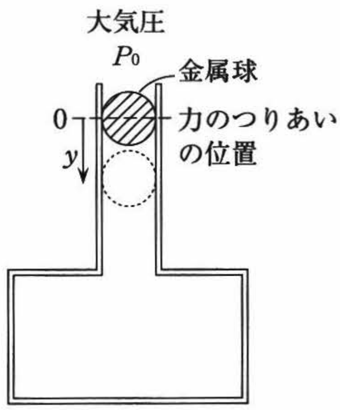
(4) Oから衝突点Pまでの距離lを求めよ。ただし，必要があれば次の公式を用いよ。

$$2\sin\theta_1\cos\theta_2 = \sin(\theta_1+\theta_2) + \sin(\theta_1-\theta_2)$$

(5) 投げ上げ角θを変えて，斜面への到達距離OPを最大にするときの投げ上げ角をθ_mとして，角θ_mと傾斜角αの関係式を求めよ。また，このときのOPの最大値l_mを求めよ。

179 比熱比γの測定

右図のような容器が大気圧P_0の大気中に鉛直に置かれ，容器の中には理想気体が封入されている。質量mの金属球が，断面積Sのガラス管の中を密着してなめらかに動くものとし，また，気体の体積と圧力の変化はすべて断熱的であるとする。理想気体の断熱変化では，圧力pと体積vの間に，$pv^{\gamma}=$一定 の関係が成り立つ。ここでγは比熱比である。



(1) 金属球が力のつりあいの位置にあるとき，容器内の気体はわずかに圧縮されている。重力加速度の大きさをgとして，このときの気体の

圧力 P を求めよ(以下この P の文字を用いて答えよ)。

(2) (1)の状態での気体の体積を V とする。金属球を力のつりあいの位置から少し押し下げて手を放すと単振動を行う。力のつりあいの位置を原点にとり，金属球の変位を下向きを正として y とする。$\left|\dfrac{Sy}{V}\right| \ll 1$ として，$|x| \ll 1$ のときの近似式 $(1+x)^n \fallingdotseq 1+nx$ を用いよ。

(a) 金属球の変位が y のとき容器内の気体の圧力 P' を γ, V, S, y, P を用いて求めよ。

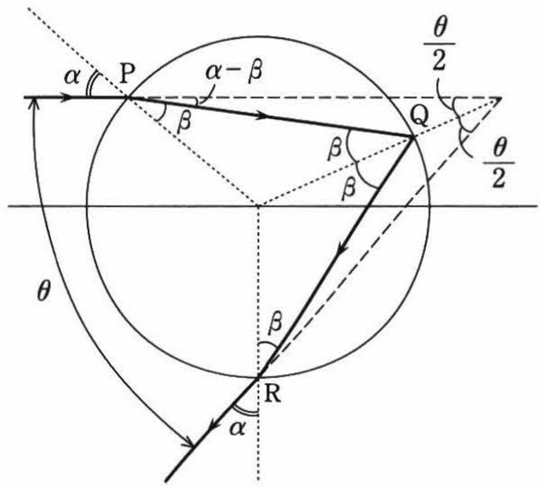
(b) このときの金属球の加速度 a を γ, V, S, y, P, m を用いて求めよ。

(c) 単振動の周期 T を求めよ。

(d) (c)の結果から，γ を求めよ。

245 虹の原理

光が空気中の水滴（屈折率 n）の点Pに入射角 α で入射し，屈折角 β で屈折したとする。このとき，屈折の法則より $n=$ $\boxed{(イ)}$ である。光は点Qで反射し，点Rで空気中へ出ていく。このとき，入射光と屈折光のなす角 θ を α, β で表すと $\theta=$ $\boxed{(ロ)}$ となる。いま，入射角が α_0, 屈折角が β_0 のとき θ の変化が最も小さくなるとすると，このときの θ_0 で出てくる光の強度が最大になる。このとき，α_0, β_0 が微小量 $\Delta\alpha$, $\Delta\beta$ 変化したときの θ_0 の変化を0として



$$\Delta\alpha = \boxed{(ハ)} \times \Delta\beta$$

の関係が成り立つ。また，屈折の法則は $\alpha_0+\Delta\alpha$, $\beta_0+\Delta\beta$ でも成り立つから，$\boxed{(ハ)}$ の結果と加法定理，および $\sin\Delta\alpha \fallingdotseq \Delta\alpha$, $\sin\Delta\beta \fallingdotseq \Delta\beta$, $\cos\Delta\alpha \fallingdotseq 1$, $\cos\Delta\beta \fallingdotseq 1$ の近似式を用いると

$$\cos\alpha_0 = \boxed{(ニ)} \times \cos\beta_0$$

が成り立つことがわかる。$\boxed{(イ)}$ と $\boxed{(ニ)}$ の結果より α_0 を消去すると

$$\sin\beta_0 = \boxed{(ホ)}$$

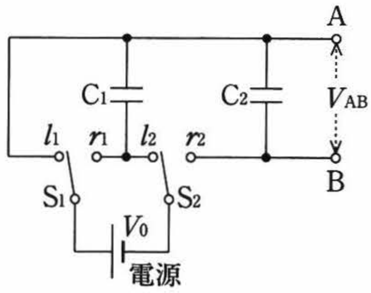
が得られ

$$\sin\alpha_0 = n\sin\beta_0 = \boxed{(ヘ)}$$

が得られる。

水の屈折率は $n=1.33$ であるから，$\sin\alpha_0=0.8624$, $\sin\beta_0=0.6484$ となり，$\alpha_0=59.6°$, $\beta_0=40.4°$, $\theta_0=42.4°$ が得られる。

273 スイッチの切り換えによるコンデンサーの充電，漸化式



電圧 V_0 の直流電源１個を使って，それより大きな直流電圧を得る方法を考えよう。この目的のために，電圧 V_0 の電源，コンデンサー C_1，C_2，スイッチ S_1，S_2 を結んで右図の回路をつくった。スイッチ S_1，S_2 はいつも連動して働き，左側の接点と接続（S_1 が l_1，S_2 が l_2 と同時に接続）するか，右側の接点と接続（S_1 が r_1，S_2 が r_2 と同時に接続）するか，または左右どちらの接点にも接続しないかのいずれかであるとする。この回路につき，以下の操作を順番に行う。(1)〜(5)の各場合について，AB 間にあらわれる電圧 V_{AB} を求めよ。ただし，C_1，C_2 の電気容量はいずれも C であり，はじめに，S_1，S_2 は左右どちらの接点にも接続していないとし，またそのとき，C_1，C_2 はいずれも帯電していないとする。

(1) 連動スイッチ S_1，S_2 を左側接点に接続する。

(2) 次に，連動スイッチ S_1，S_2 を右側接点に接続する。

(3) 次に，連動スイッチ S_1，S_2 をいったん左側接点に接続してから，右側接点に接続する。

(4) 操作(3)をもう一度繰り返す。

(5) この後，操作(3)をさらに多数回繰り返したとき，V_{AB} はどのような値に近づくか。

339 ベータトロンで電子を加速するための条件

ベータトロンは誘導起電力を利用して電子を加速する装置であるが，電子のエネルギーが変化しても，その軌道半径 r が一定となるように設計されている。

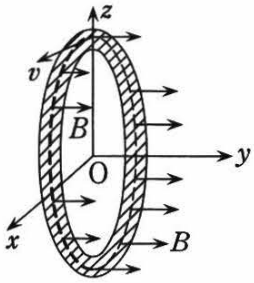


図 1

速さ v，質量 m，電荷 $-e$ $(e>0)$ の電子の運動方向を x-z 平面内にとり，それに直角にかけた磁束密度 B の磁界の方向を y 軸にとる。電子がOを中心として，半径 r の等速円運動を行うためには $evB=$ $\boxed{\text{(イ)}}$ が成り立たなければならない。これより電子の運動量 $p=mv=$ $\boxed{\text{(ロ)}}$ が得られる。B を与える範囲は，この電子の軌道付近のドーナツ状の部分（図1の斜線部分）だけでよい。

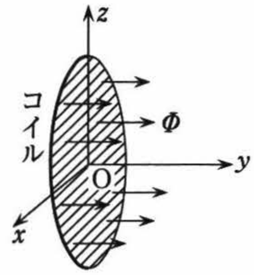


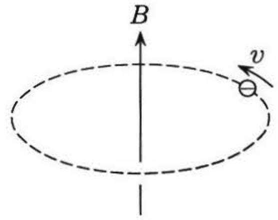
図 2

次に電子の代わりに，その軌道の位置に半径 r の一重の円形コイルを置く。短い時間 Δt の間にこのコイル内の右向きの全磁束 Φ（図2の斜線部分）が $\Delta\Phi$ だけ増加したとすると，コイルに誘起される起電力の大きさは $V=$ $\boxed{\text{(ハ)}}$ であり，この起電力により，コイルに強さ $E=$ $\boxed{\text{(ニ)}}$ の電界が生じる。ベータトロンでは実際にはコイルはないが，電子はこの電界によって加速される。Δt 間の電子の運動量の増加分を Δp とすると，$\Delta p=$ $\boxed{\text{(ホ)}}$ で与えられる。$\Phi=0$ のときの運動量を $p=0$ とすると，p と Φ との間には $p=$ $\boxed{\text{(ヘ)}}$ の関係が成立する。

(ロ)と(ヘ)より $\Phi=$ $\boxed{\text{(ト)}}$ の関係を保ちながら B と Φ を変化させれば，コイルがなくても軌道半径 r を一定に保ちながら電子を加速することができる。

378 磁束量子

(1) 図のように，真空中に磁束密度の大きさが B〔T〕の一様な磁界がある。この磁界に垂直な平面内で，質量 m〔kg〕，電荷 $-e$〔C〕の電子が速さ v〔m/s〕で等速円運動している。このとき，電子の円運動の半径は $\boxed{\text{(イ)}}$〔m〕で，回転周期は $\boxed{\text{(ロ)}}$〔s〕である。電子が円運動することで，円軌道に沿って強さ $\boxed{\text{(ハ)}}$〔A〕の電流が流れると考えてよい。この電流が円の中心につくる磁界の磁束密度の大きさ B' は，真空の透磁率を μ_0〔H/m〕として $\boxed{\text{(ニ)}}$〔T〕であり，その向きは B と{(ホ)：同じ；反対の；垂直な}向きになる。



古典物理学によると，円運動している荷電粒子はその円運動の回転数に等しい振動数の電磁波を放出してエネルギーを失い，円運動を続けることはできない。したがって，真空中の光速を c〔m/s〕とすると，この電子は波長 $\boxed{\text{(ヘ)}}$〔m〕の電磁波を放出してエネルギーを失い，しだいに円運動の半径は{(ト)：大きく；小さく}なることになる。

(2) ド・ブロイの物質波の理論によれば，水素原子では円周の長さが電子の電子波の波長の整数倍のとき，電子は電磁波を放出せずに安定した円運動を行うことができる。いま考えている電子に対しても，これと同じことが成り立っているとする。プランク定数を h〔J·s〕とすると，速さ v で運動している質量 m の電子の電子波の波長は $\boxed{\text{(チ)}}$〔m〕である。したがって，整数を n（$=1, 2, \cdots$）とすると，v は m，e，h，B，n を用いて $v=\boxed{\text{(リ)}}$〔m/s〕と表され，とびとびの値しかとれないことがわかる。このとき，円軌道の半径も e，h，B，n を用いてとびとびの値 $\boxed{\text{(ヌ)}}$〔m〕になる。

ここで，円軌道面内の磁束密度の大きさがどこでも B〔T〕であるとすれば，電子の円軌道内を貫く磁束は e，h，n を用いて $\boxed{\text{(ル)}}$〔Wb〕となり，ある最小単位の整数倍の値しかとれないことがわかる。この最小単位は磁束量子とよばれる量に等しく，$e=1.6\times10^{-19}$〔C〕，$h=6.6\times10^{-34}$〔J·s〕とすれば，その値は $\boxed{\text{(ヲ)}}$〔Wb〕となる。磁束量子が存在することは，超伝導体の実験から確認されている。